Derivate: Futures und Optionen

Eine Zusammenfassung der Vorlesung von
Herrn Christian Fotescu am 24.3.2006
Herrn Prof. Schöbel am 17.8.2006
im Rahmen des CIAA 7 mit einigen Erweiterungen.

1 Futures

1.1 Grundlagen

1.1.1 Forwards

Zweck	• Hedging: Absicherung vor künftigen Preisschwankungen und Risikotransfer
Gestaltung	• Individuelle unbedingte Verpflichtung zwischen Käufer und Verkäufer zu einem zukünftigen Geschäft
Pflichten Verkäufer	• Lieferung - einer bestimmten Ware (Basiswert) - in einer bestimmten Menge (Kontraktgröße) - zu einem bestimmten Termin (Fälligkeit, Liefertermin)
Pflichten Käufer	• Zahlung des festgelegten Preises (Forward Preis)
Vorteile	• Jeder beliebige Basiswert denkbar • Bei Abschluss des Forwards weder Zahlung noch Warentransfer erforderlich • Maßgeschneiderte Spezifikationen
Nachteile	• Kaum handelbar da kein Sekundärmarkt existiert • Hohe Transaktionskosten • Ausfallrisiko
Risikoprofil	• Symmetrisch

1.1.2 Futures

Zweck	• Hedging: Absicherung vor künftigen Preisschwankungen und Risikotransfer • Spekulation: Arbitrage
Gestaltung	• Unbedingter standardisierter Kontrakt zwischen Käufer und Verkäufer zu einem zukünftigen Geschäft • Kontrakt ist an einer Terminbörse handelbar • Reduktion des Ausfallrisikos, da Kontrahent die Börse ist
Pflichten Verkäufer	• Lieferung - einer bestimmten Ware (Basiswert) - in einer bestimmten Menge (Kontraktgröße) - zu einem bestimmten Termin (Fälligkeit, Liefertermin)
Pflichten Käufer	• Zahlung des festgelegten Preises (Future Preis)
Spezifikationen	• Durch jeweilige Börse festgelegte quantitative und qualitative Merkmale des Futures: • Quantität, Qualität, Liefertermin, Abwicklung, Liefermöglichkeiten…
Mögliche Basiswerte	• Basiswert muss Mindestliquidität aufweisen • Reale Güter oder auch Finanzinstrumente • Lieferung abhängig vom Basiswert: Physische Lieferung oder Cashausgleich
Risikoprofil	• Symmetrisch

1.1.3 Hebeleffekt (Leverage)

Theoretisch ergibt sich bei den Futures ein unendlicher Hebel, da ohne Kapitaleinsatz ein Gewinn oder Verlust erzielt werden kann. Praktisch muss aus Risikogründen eine Initial Margin hinterlegt werden. Damit berechnet sich der Hebel nach folgender Formel:

$$Hebel = \frac{GuV}{IM} * 100$$

GuV	Gewinn und Verlust aus Future
IM	Initial Margin

1.1.4 Grundlegende Geschäfte mit Futures

Short-Position	• Verkauf des Future-Kontrakts • Verpflichtung, bei Fälligkeit den Basiswert zu liefern • GuV: Einstandspreis – Preis bei Fälligkeit
Long-Position	• Kauf des Future-Kontrakts • Verpflichtung, den Basiswert bei Fälligkeit zu kaufen • GuV: Preis bei Fälligkeit - Basiswert

Glattstellen

- Kauf einer entgegen gesetzten Position im gleichen Future-Kontrakt
  - Short-Position kauft Long-Position
  - Long-Position kauft Short-Position
- Lieferrisiko bzw. Abnahmerisiko wird eliminiert: Sicherer Gewinn oder Verlust aus Geschäft bleibt.
- **Beispiel**:

  (1) Kauf (long) von 1 Dax-Future (FDAX) am 1.10. für 7.200. Kontraktgröße: 25 EUR pro Punkt mal 7.200 Punkte = 180.000 EUR.

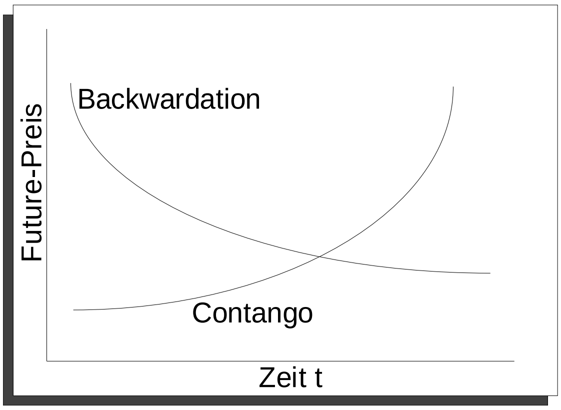
  (2) Verkauf (short) von 1 Dax-Future am 5.11. für 7.400. Kontraktgröße: 185.000 EUR.

  Bei Fälligkeit: Lieferung FDAX aus (1): zahle 180.000 EUR. Verkauf FDAX aus (2): erhalte 185.000 EUR. Risikoloser Gewinn: 5.000 EUR.

Regel:

- Zu jeder Short-Position gibt es genau eine Long-Position und umgekehrt. Nullsummenspiel!!

Backwardation und Cotango



Erklärung: Hedging pressure theory.

1.2 Besonderheiten des Börsenhandels mit Futures

1.2.1 Tick

Bedeutung: Mindestpreisbewegung eines Futureskontrakts

1.2.2 Margins

1.2.2.1 Margins und Margin-Calls

Zweck

- Verringerung des Ausfallsrisikos

Initital Margin

- Sicherheit, die bei Kauf oder Verkauf eines Futures auf dem sog. Margin-Konto hinterlegt werden muss.
- Deckt entstandene Verluste ab.
- Je höher Volatilität des Basiswerts, desto höher ist die Initial Margin.
- Hinweis: Broker verlangen teilweise höhere Margins als die Börse!

Variation Margin

- Gleicht die bei täglicher Abrechnung nach Marking-to-Market-Verfahren entstehenden Gewinne und Verluste aus durch Buchung auf Margin-Konto aus.

Maintenance Margin

- Grenze, bei der abgeschmolzene Initial Margin wieder aufgefüllt werden muss.

Margin Calls

- Unterschreiten der Maintenance Margin führt zu sog Margin Call, also einer Nachschusspflicht.
- Auswahl eines Margin Calls führt zu sofortiger Zwangsschließung der Position und Ausschluss vom Handel.
- Margin-Call immer in der Höhe, dass Initial Margin wieder erreicht wird.

Verzinsung Margin-Konto

- Wird das Margin-Konto verzinst, führen ein ansonsten gleicher Forward und Future u.U. nicht zum selben Ergebnis: sog. *Pfadabhängigkeit* des Ergebnisses.

1.2.2.2 Marking to Market (MtM)

Zweck

- Verringerung des Ausfallsrisikos durch zeitnaheren Ausgleich von Verlusten:

	tägliches Settlement.
Prinzip des Settlements	• Future mit Laufzeit X Tage wird zerlegt in X, täglich fällige Futures. • Abends wird ein Schlusskurs für den Future berechnet und alle offenen Kontrakte damit abgerechnet. Gewinne und Verluste werden sofort dem Margin-Konto gutgeschrieben. • Am nächsten Tag starten die offenen Kontrakte dann mit dem Schlusskurs vom Vorabend.

Beispiel:
Kauf eines X-Futures (Fälligkeit 8.10.) zu 7.200 am 1.10..
Initial Margin: 15.000.
Kontraktgröße: 25 EUR pro Punkt.
Maintenance Margin: 13.000

Datum	*Future Preis* [0]	*GuV* [1]	*Beginning Margin* [2]	*Variation Margin* [3]	*Margin Call* [4]	*Kontostand Margin-Konto* [2]-[3]+[4]=[5]
1.10.	7.200	0	0	0	15.000	15.000
2.10.	7.270	1.750	16.750	0	0	16.750
3.10.	7.230	-1.000	15.750	500	0	15.250
4.10.	7.150	-2.000	13.250	0	0	13.250
5.10.	7.090	-1.500	11.750	0	3.250	15.000
6.10.	7.100	250	15.250	0	0	15.250
7.10.	7.150	1.250	16.500	500	0	16.000
8.10.	7.230	2.000	18.000	18.000	0	0

Hebel = (18.000-15.000) / 15.000 *100 = 20

Rechenweg:

Berechne Unterschied des Future-Preises [0] zum Vortag und multipliziere mit der Kontraktgröße (Ergebnis in Spalte [1])

Berechne Beginning Margin [2] aus Kontostand Margin-Konto [5] am Vortag abzüglich GuV [1] des gleichen Tages. Ist Beginning Margin [2] kleiner als Maintenance Margin: Setze Margin Call [4] auf Differenz aus Initial Margin – Beginning Margin [2]. Ansonsten setze Margin Call [4] auf 0.

Berechne Kontostand am Ende des Tages: Beginning Margin [2] – Geldabhebung [3] + Margin Call [4]

1.2.2.3 Auswahl realer Margins (Stand 1/2006)

Kontrakt	Handelsplatz	Initial Margin	Maintance Margin
E-Mini Russel 2000	GLOBEX	$ 3.375	$ 2.700
E-Mini S&P Index	GLOBEX	$ 3.938	$ 3.150
E-Mini Nasdaq Composite	GLOBEX	$ 4.500	$ 3.600
E-Mini Nasdaq 100	GLOBEX	$ 3.750	$ 3.000.
Dow Jones Mini (5$)	ECBOT	$ 2.438	$ 1.950
Tec Dax	EUREX	€ 538	€ 430
DAX	EUREX	€ 12.375	€ 9.900
DJ EuroStoxx 50	EUREX	€ 3.313	€ 2.650
SMI	EUREX	CHF 7.125	CHF 5.700

Quelle: http://www.eltee.de/marginsfutures.php

1.2.3 Cost of Carry

Kapitalkosten	
Lagerhaltungs-kosten	
convenience yield	Führt zu Verzicht auf Arbitrage, da andere Vorteile durch Besitz des Basiswerts erhofft werden. Erklärt die verbleibende Differenz zwischen Spot- und Future-Preis, die nicht durch Kapitalkosten und Lagerhaltung erklärt werden können.

1.3 Arten von Futures

1.3.1 Aktien-Futures

Underlying	• Nur für liquide Basiswerte verfügbar •
Lieferung	• Physische Lieferung
Laufzeitverhalten	• überwiegend Contango

1.3.2 Aktienindex-Futures

Underlying	• Nur für liquide und handelbare Indizes verfügbar, da sonst realistisch keine Arbitrage möglich ist. • Arbitrage oft über Indexfonds (auch ETFs)
Lieferung	• Nicht lieferbarer Basiswert, daher Cashausgleich.
Laufzeitverhalten	• überwiegend Contango

1.3.3 Zins-Futures

1.3.3.1 Allgemeines

Allgemein	• Schwierigste Futurekontrakte da verschiedene Abhängigkeiten von externen Einflussfaktoren • Endliche Laufzeit bei Anleihen als Kernproblem.
Basiswerte	• synthetische Anleihen, z.B 20-jährige 6%-Anleihe
Lieferung	• Reale Anleihen mit Anpassungsfaktor Conversion Factor CF
Abhängigkeiten	• Zinsstrukturkurve • Gestaltungsmerkmale • Usancen bei Anleihebegebung (Tage- und Stückzinskonvention, Feiertagsregelungen, …) • Emissionspolitik
Beispiele	• T-Bond: US-Staatsanleihe 20 Jahre, 6% Kupon • CONF • Bund-Future

1.3.3.2 Conversion Factor CF und Cheapest-to-deliver-Bond

Bond-Futures basieren oft auch synthetischen Anleihen. Physische Lieferung erfolgt mit realen Anleihen, der Wert mit Hilfe des CF an den Future-Preis angepasst wird. Dabei wird das Universum der möglichen Anleihen von der Börse satzungsmäßig festgelegt. Der Verkäufer liefert aus diesem Universum die für ihn günstigste Anleihe (cheapest-to-deliver- oder CTD-Anleihe).
Conversion Factor für den Bund-Future:

$$CF = \frac{1}{1{,}06^{f}} \times \left[\frac{C}{0{,}06} \times \left(1{,}06 - \frac{1}{1{,}06^{n}} \right) + \frac{1}{1{,}06^{n}} \right] - C \times (1 - f)$$

f abgerundete Ganzzahl der Monate bis zum nächsten Kupontermin
C Kupon des gelieferten Bonds
n Anzahl der Jahre bis Fälligkeit des Bonds

Lieferpreis = Futurepreis * CF + Stückzinsen

1.3.3.3 Arbitrage bei Zins-Futures

Neben den allgemeinen Risiken bei Arbitragegeschäften, z.B. falsche Annahmen der Markentwicklung oder bei der Bepreisung, besteht die spezielle Problematik des Wechsels des CTD-Bonds. Dieser kann sich kurzfristig verändern und somit die eigene Kalkulation empfindlich stören.

1.3.4 Rohstoff-Futures

Historie	• Älteste Art der Termingeschäfte, da bereits früh als Absicherungsmaßnahme verwendet
Underlyings	• Verschiedenste agrarische oder metallische Rohstoffe sowie Edelmetalle: Schweinebäuche, Holz, Erdöl, Kupfer, …. • Sehr unterschiedliche Kontraktspezifikationen
Lieferung	• Physische Lieferung
Laufzeitverhalten	• überwiegend Backwardation

1.3.5 Devisen-Futures

Underlyings	• Währungen
Lieferung	• Physische Lieferung
Handelsvolumen	• Relativ gering, da Devisenhandel überwiegend OTC läuft.

1.3.6 Praktisch wichtige Futures

Kontrakt	Handelsplatz	Handelszeit	Kontraktgrösse	Monate	Symbol	Tickwert	Punktwert
CRB Index	NYBOT	10:00 - 14:30 ET	$500 x Index val.	F,G,U,X	CR	.05 pt ($25)	-
Big Dow $25	eCBOT	19:15 - 17:00 ET	$25 x Index val.	H,M,U,Z	DD	1 pt ($25)	1 pt = $25
mini Sized Dow	eCBOT	19:15 - 17:00 ET	$5 x Index val.	H,M,U,Z	YM	1 pt ($5)	1 pt = $5
eMini CompX	GLOBEX	16:30 - 16:15 ET	$20 x Index val.	H,M,U,Z	QCN (QN)	.50 pt ($10)	1 pt = $20
eMini S&P 500	GLOBEX	16:30 - 16:15 ET	$50 x Index val.	H,M,U,Z	ES	.25 pt ($12.50)	1 pt = $50
eMini Nasdaq100	GLOBEX	16:30 - 16:15 ET	$20 x Index val.	H,M,U,Z	NQ	.50 pt ($10)	1 pt = $20
Muni Bond Index	CBOT	08:20 - 15:00 ET	$1000 x Index val.	H,M,U,Z	MB	1/32 pt ($31.25)	-
Nasdaq 100+	CME	09:30 - 16:15 ET	$100 x Index val.	H,M,U,Z	ND	.05 pt ($5)	-
Nikkei 225	CME	09:00 - 16:15 ET	$5 x AVE.	H,M,U,Z	NK	5 pts ($25)	-
NYSE Index	NYBOT	09:30 - 16:15 ET	$500 x Index val.	H,M,U,Z	YX	.05 pt ($25)	-
S&P 500+	CME	09:30 - 16:15 ET	$250 x Index val.	H,M,U,Z	SP	.10 pt ($25)	-
US Dollar Index	NYBOT	08:20 - 15:00 ET	$1000 x Index val.	H,M,U,Z	DX	.01 pt ($10)	-
DAX Futures	EUREX	08:50 - 22:00 CET	$25 x Index val.	H,M,U,Z	FDAX	.50 pt (€12.5)	1 pt = €25
TecDax Futures	EUREX	08:50 - 22:00 CET	$10 x Index val.	H,M,U,Z	FTDX	1 pt (€10)	1 pt = €10
SMI Futures	EUREX	08:50 - 17:30 CET	CHF10 x Index	H,M,U,Z	FSMI	1 pt (CHF10)	1 pt = 10 CHF
EuroStoxx50	EUREX	08:50 - 22:00 CET	$10 x Index val.	H,M,U,Z	FESX	1 pt (€10)	1 pt = €10
CONF	EUREX	08:30 - 17:00 CET	CHF100.000	H,M,U,Z	CONF	1 pt (€10)	1 pt = €10
T-Bond Futures	CBOT	08:20 - 15:00 ET	$100.000	H,M,U,Z	ZB	1/32 pt ($31.25)	
Euro Schatz Future	EUREX	08:00 – 19:00 CET	EUR100000	H,M,U,Z	FGBS		
Euro BOBL Future	EUREX	08:00 – 19:00 CET	EUR100000	H,M,U,Z	FGBM		
Euro-bund, German Government	EUREX	08:00 – 19:00 CET	EUR100000	H,M,U,Z	FGBL		

Futures Symbole sind untergliedert in drei Teile
1. Das Future Symbol » z.b. NQ - E-Mini Nasdaq 100
2. Den Monats Code » z.b. M für Juni
3. Das Jahr » z.b 05 für 2005
Monatscodes: Jan (F) Feb (G) März (H) April (J) Mai (K) Juni (M) Juli (N) Aug (Q) Sept (U) Okt (V) Nov (X) Dez (Z)
Beispiel: E-Mini Nasdaq 100 Juni 2005 NQM05 (NQM5)

Quelle: http://www.eltee.de/spezisfutures.php; eigene Erweiterungen

1.4 Bewertung von Futures: cash-and-carry-Ansatz

Grundidee der cash-and-carry-Strategie: Future ist ein Asset mit einer Dividendenzahlung in Höhe des risikolosen Zinssatzes.

1.4.1 Grundsätze für die Bewertung

$F_{T,T} = S_T$ Bei Fälligkeit müssen Future und Basiswert den gleichen Preis haben. Sonst Arbitrage:

$F_{T,T} > S_T$

$F_{T,T} = 1.100$
$S_T = 1.000$

Aktion	*Bei Fälligkeit*
+S	-1.000
-F	
-S	+1.100
Risikoloser Gewinn	100

$F_{T,T} < S_T$

$F_{T,T} = 1.100$
$S_T = 1.000$

Aktion	*Bei Fälligkeit*
+F	
+S	-1.000
-S	+1.100
Risikoloser Gewinn	100

$B_{t,T} = F_{t,T} - S_t$

Future-Basis ist die Preisdifferenz von Future und Spot.
Basis kann kleiner, gleich oder größer Null sein.
Bei Fälligkeit Future gilt: $B_{T,T}=0$

Synthetisierung

Die Duplizierung eines Futures bzw. Forwards wird als synthetische Future bzw. Forward bezeichnet.

Zahlungsstrom Future Long

Forward-Preis Future $F_{T,T}$ = 1.050:

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
+F	0	
+S		-1.050
Gesamt	0	-1.050

Duplizierung Future Long

Alternative zu Future ist Kauf des Basiswerts heute auf Kredit:

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
+K	+1.000	
+S	-1.000	
-K		-1.000
-Zins		-50
Gesamt	0	-1.050

Zinssatz: 5% für Periode T. Muss so gewählt werden, dass aufgezinster Kreditbetrag genau Future-Preis in T ergibt.

Zahlungsstrom Future Short

Forward-Preis Future $F_{T,T}$ = 1.050:

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
-F	0	
-S		+1.050
Gesamt	0	+1.050

Duplizierung Future Short

Alternative zu Future ist Verkauf des Basiswerts heute und Geldanlage des erzielten Ertrags:

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
-S	+1.000	
+A	-1.000	
-A		+1.000
+Zins		+50
Gesamt	0	+1.050

Zinssatz: 5% für Periode T. Muss so gewählt werden, dass aufgezinste Anlage genau Future-Preis in T ergibt.

1.4.2 Bewertung verschiedener Futures

Art des Futures	**Bewertungsformel**
Ertragsloser Basiswert	$F_{t,T} = S_t * (1 + R_{t,T})$ Beispiel: Dividendenlose Aktie
Ertragsloser Basiswert mit cost-of-carry	$F_{t,T} = S_t * (1 + R_{t,T}) + K(t, T)$ Beispiel: Rohstoffe
Basiswert mit bekannter Dividende und cost-of-carry	$F_{t,T} = S_t * (1 + R_{t,T}) + K(t, T)+ZW$ Beispiel: Aktie mit bekannter Dividende
Basiswert mit bekannter Dividenderendite und cost-of-carry	$F_{t,T} = S_t * e^{(r-y)(T-t)} + K(t, T)$ Beispiel: Aktienindex mit K(t,T)=0

Anleihe als Basiswert	$F_{t,T} = FB_{t,T} / CF$ $FB_{t,T} = (S_t + SZ_t) * (1 + R_{t,T})^{T-t} - C_{t,T} + ST_T$
Devisen-Future (Laufzeit >= 1 Jahr)	$F_{t,T} = S_t \times \frac{(1+{}_0R_T^I)^T}{(1+{}_0R_T^F)^T}$
Devisen-Future (Laufzeit < 1 Jahr)	$F_{t,T} = S_t \times \frac{(1+{}_0R_T^I \times \frac{Tage}{360})}{(1+{}_0R_T^F \times \frac{Tage}{360})}$

S_t	Aktienkurs / Anleihekurs / Devisenkurs zum Zeitpunkt t
$R_{t,T}$, r	risikoloser Zinssatz zum Zeitpunkt t mit Restlaufzeit T-t
K(t,T)	Kosten im Zeitraum von t bis T
ZW	Barwerte der Dividenden zum Zeitpunkt t
y	Dividendenrendite
$FB_{t,T}$	Wert der CTD-Anleihe zum Zeitpunkt t mit Restlaufzeit T-t
CF	Conversion Factor
SZ_t	Stückzinsen zum Zeitpunkt t
$C_{t,T}$	Auf Zeitpunkt T aufgezinste Kupons der Anleihe bis zwischen Zeitpunkten t und T
ST_T	Stückzinsen bei Fälligkeit
${}_0R_T^I$	Spot rate im Inland für Laufzeit T
${}_0R_T^F$	Spot rate im Ausland für Laufzeit T

1.4.3 Arbitrage bei falscher Bepreisung eines Futures

Future zu teuer $F_{t,T} = 1080$; $S_t = 1000$; Rt,T = 5%

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
-F		
+S	-1.000	
+K	+1000	
-S		+1080
-K		-1.000
+Zins		-50
Risikoloser Gewinn	0	+30

Future zu billig $F_{t,T} = 950$; $S_t = 1000$; Rt,T = 5%

Aktion	*Heute*	*Bei Fälligkeit*
+F		
-S	+1.000	
+A	-1000	
+S		-950
+A		+1.000
+Zins		+50
Risikoloser Gewinn	0	+100

1.4.3.1 Beispiele zur Bewertung von Futures

Anleihe Future

Heutiges Datum 1.6.2006. Bewertung eines Dezember 2006 T-Bond-Futures fällig am 23.12.2006. CTD-Anleihe ist eine 10% Kupon-Anleihe mit halbjährlicher Zahlung zum 15.1 und 15.7.. Die einfache Rendite liegt bei 11% p.a.. Der Conversion factor beträgt 1,5. Die Anleihe notiert bei 105. Zinskonvention 30/360.

Die Stückzinsen am 1.6.2006 betragen 5%*165/180=4,58%. Der Dirty-Preis der Anleihe beträgt daher 110+4,58=114,58. Stückzinsen der CTD-Anleihe am 23.12. betragen 5%*158/180=4,38.
Die stetige Rendite bei halbjährlicher Zahlung beträgt 2*ln(1+11%/2)=10,71%
Der Endwert der Kuponzahlung am 15.7. beträgt damit am 23.12. 5%*exp(158/360*10,71%)=5,24.
Der Endwert des Preises der CTD-Anleihe beträgt am 23.12.2006

114,58*exp(173/360*10,71%) =120,63
Damit beträgt der Future-Preis heute: (120,63-5,24-4,38)/1,5=74,01.

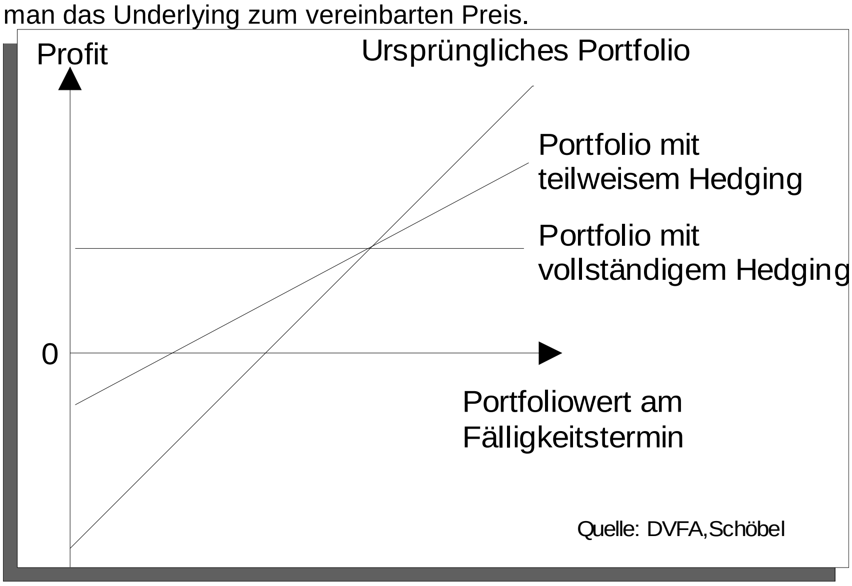
1.5 Strategien mit Futures

1.5.1 Hedging

Zielsetzung

- Ziel ist das vollständige oder teilweise Ausschalten des Risikos einer vom Investor gehaltenen Position.
- Ist der Investor short im Underlying, so zeichnet man einen Future, d.h. zur Fälligkeit kauft man das Underlying zum vereinbarten Preis. Ist der Investor long im Underlying, so schreibt man einen Future, d.h. zur Fälligkeit verkauft man das Underlying zum vereinbarten Preis.

Payoff mit Hedging



Hedge Ratio

- Die Hedge Ratio ist ein Maßstab für den Gleichlauf von Preis des Underlyings und dem des Futures.

$$HR = \frac{\Delta S}{\Delta F}$$

1.5.1.1 Perfect Hedge

Merkmale

- Von einem perfekten Hedge spricht man, wenn der Preis des Underlying und der des Futures perfekt korreliert sind.

Hedge Ratio

$$HR = \frac{\Delta S}{\Delta F} = 1 = -\frac{n_F \times k}{n_S} - \frac{n_F \times k \times S}{n_S \times S}$$

oder

$$n_F = -\frac{n_S}{k}$$

n_S	Anzahl Underlying
n_F	Anzahl Future
k	Kontraktgröße
S	Preis des Underlyings

Praktische Anwendung

Ein perfekter Hedge dürfte praktisch selten zu realisieren sein, da in aller Regel das Portfolio vom Underlying des Futures mehr oder weniger abweicht.

1.5.1.2 Delta Hedge

Idee

Berücksichtigung der Kapitalkosten im Perfect Hedge. Hedge Ratio wird damit nicht gleich 1 gewählt, sondern als das Delta des Futures.

Hedge Ratio

$$HR = \frac{\Delta S}{\Delta F} = \frac{1}{(1+R)^T} = \frac{1}{(1+(R-y)(T-t))}$$

y Dividendenrendite
R Risikoloser Zins

1.5.1.3 Minimum Variance Hedge für Aktienportfolios

Merkmale

- Die Hedge Ratio wird so bestimmt, dass die Varianz der Portfoliorendite minimal wird.
- Dabei wird das Portfolio betrachtet als ein Zwei-Asset-Portfolio bestehend aus dem eigentlichen Portfolio und dazu dem Future.
- Nach Markowitz wird dann eine Portfoliooptimierung derart vorgenommen, dass das Minimum-Varianz-Portfolio bestimmt wird.

Hedge Ratio

$$HR = \frac{\Delta S}{\Delta F} = \frac{Cov(\Delta S, \Delta F)}{Var(\Delta F)} \approx \beta^*$$

oder

$$n_F = -\frac{n_S}{k} \times \frac{Cov(\Delta S, \Delta F)}{Var(\Delta F)} \approx -\frac{n_S}{k} \times \beta^*$$

n_S Anzahl Underlying
n_F Anzahl Future
k Kontraktgröße
S Preis des Underlyings
Cov Kovarianz
Var Varianz
β* Betafaktor aus linearer ΔF-ΔS-Regression

$$HR = \beta \times \frac{S_t}{F_{t,T}}$$ für Futures auf Aktienindex

S_t Preis Underlying zum Zeitpunkt t
$F_{t,T}$ Preis des Futures zum Zeitpunkt t mit Laufzeit T
β Betafaktor des Underlyings zum Future

$$HR = \frac{\beta}{\beta_F} \times \frac{S_t}{F_{t,T}}$$ für Futures auf Aktienindex

S_t Preis Underlying zum Zeitpunkt t
$F_{t,T}$ Preis des Futures zum Zeitpunkt t mit Laufzeit T
β Betafaktor des Underlyings zum Future
$ß_F$ Betafaktor des Futures zum Underlying

Anzahl benötigter Futures

$$n_F = -\frac{n_S}{k} \times HR = -\frac{\beta}{\beta_F} \times \frac{MV_P}{MV_F}$$

n_S Anzahl Underlying
n_F Anzahl Future
k Kontraktgröße
MV_P Marktwert Portfolio
MV_F Marktwert des Futures

Praktische Anwendung	Portfolio Insurance
Vorteile des Hedging mit Futures	Kosten oft geringer als das Hedging mit Optionen. Portfolio-Beta kann beeinflusst werden.
Nachteile des Hedging mit Futures	Liquidität der Kontrakte. Verfügbarkeit der passenden Futures. Futures bieten nur teilweisen Schutz gegen Downside-Risiken (über synthetische Optionen)
Beispiel	Passiv gemanagtes DAX-Portfolio mit 1.000.000 Wert soll über DAX-Future für

3 Monate abgesichert werden. Kontraktgröße 10 je Indexpunkt. Beta des Portfolios zum Index 1,1. Indexstand des DAX bei 5.500. 3Monats-DAX-Future steht bei 5550.
Wieviel Futures müssen ge- oder verkauft werden?

$$HR = -1{,}1 \times \frac{1.000.000}{10 \times 5.500} = -21{,}81 \approx 22$$

Es müssen ungefähr 22 Futures verkauft werden. Da das Portfolio long in DAX ist, muß Future verkauft werden. Heutiger Kaufpreis 122.100=22*5.5550.

1.5.1.4 Minimum Variance Hedge für Rentenportfolios

Hedge Ratio

Unter der Annahme, dass nur Parallelverschiebungen der Zinsstrukturkurven möglich sind, gilt:

$$HR = \frac{S_t \times MD_S}{F_{t,T} \times MD_F} = \frac{S_t \times MD_S}{S_{CTD,t} \times MD_F} \times CF_{CTD,t}$$

S_t	Preis Underlying zum Zeitpunkt t
$F_{t,T}$	Preis des Futures zum Zeitpunkt t mit Laufzeit T
MD_S	Modified Duration des Underlyings
MD_F	Modified Duration des Futures = Modified Duration des CTD-Bonds
$S_{CTD,t}$	Preis des CTD-Bonds zum Zeitpunkt t
$CF_{CTD,t}$	Conversion Factor des CTD-Bonds in Zeitpunkt t

Anzahl benötigter Futures

$$n_F = -\frac{n_S}{k} \times HR = \frac{MV_P}{MV_F} \times \frac{MD_S}{MD_F}$$

n_S	Anzahl Underlying
n_F	Anzahl Future
k	Kontraktgröße
MV_P	Marktwert Portfolio
MV_F	Marktwert des Futures

Vorteile des Hedging mit Futures

Kosten oft geringer als das Hedging mit Optionen.
Portfolio-Beta kann beeinflusst werden.

Nachteile des Hedging mit Futures

Liquidität der Kontrakte.
Verfügbarkeit der passenden Futures.
Futures bieten nur teilweisen Schutz gegen Downside-Risiken (über synthetische Optionen)

Beispiel 1

Portfoliowert 1.000.000, Modified Duration des Portfolios 8,5 Jahre, Future mit Kurs 115, Kontraktgröße 100.000 und Modified Duration von 7 Jahren.

$$MV_F = 115\% \times 100.000 = 115.000$$

$$n_F = -\frac{1.000.000}{115.000} \times \frac{8{,}5}{7} = -9{,}27 \approx -10$$

Es müssen 10 Futures verkauft werden.

Beispiel 2

Portfoliowert	100.000,00 €
Mod. Duration Portfolio	8
Future-Kurs	95%
Kontraktgröße	10.000,00 €
Mod. Duration Future	7,5

Marktwert Future	9.500,00 €
Theor. Anzahl Futures	-11,23
Anzahl Futures	-12

Szenario 1: Zinsanstieg		Szenario 2: Zinssenkung	
Portfoliowert	95.000,00 €	Portfoliowert	105.000,00 €
Future-Kurs	90%	Future-Kurs	99%
Verlust Portfolio	- 5.000,00 €	Gewinn Portfolio	5.000,00 €
Gewinn Futures	6.000,00 €	Gewinn Futures	- 4.800,00 €
Gesamtgewinn	1.000,00 €	Gesamtgewinn	200,00 €

1.5.1.5 Beta-Adjustierung bei Aktienportfolios

Erhöhung des Portfolio-Betas: Erhöhung des Portfolio-Betas bei erwartetem Kursanstieg durch Long-Position in Höhe von:

$$HR = \frac{\beta^{Soll} - \beta^{IST}}{\beta_F} \times \frac{S_t}{k \times F_{t,T}}$$

Senkung des Portfolio-Betas: Erhöhung des Portfolio-Betas bei erwarteten Kursabfall durch Short-Position in Höhe von:

$$HR = \frac{\beta^{Soll} - \beta^{IST}}{\beta_F} \times \frac{S_t}{k \times F_{t,T}}$$

Vorteile: Geringere Transaktionskosten als bei Veränderung des Betas über Kauf und Verkauf der Aktien.

Hinweis: Eine Beta-Adjustierung über Optionen ist im Gegensatz zu den Futures nicht möglich, da das Beta einer Option sich verändert. daher wäre hier ein aufwändiges dynamisches Adjustieren erforderlich. Dies ist ein wichtiger Vorteil der Futures beim Hedging von Portfolios.

1.5.1.6 Durations-Adjustierung bei Rentenportfolios

Ziel: Gezielte Beeinflussung der Portfolio-Duration durch Kauf oder Verkauf von Futures. Kauf von Futures erhöht die Duration, Verkauf von Futures senkt die Duration.

Hedge Ratio

$$HR = \frac{S_t \times (MD_S^{Soll} - MD_S^{Ist})}{F_{t,T} \times MD_F} = \frac{S_t \times (MD_S^{Soll} - MD_S^{Ist})}{S_{CTD,t} \times MD_F} \times CF_{CTD,t}$$

Anzahl Futures

$$n_F = -\frac{n_S}{k} \times HR = \frac{MV_P}{MV_F} \times \frac{MD_S^{Soll} - MD_S^{Ist}}{MD_F}$$

Vorteile: Deutliche niedrigere Transaktionskosten als bei Änderung der Duration durch Kauf oder Verkauf von Bonds (sog. Bond Swapping).
Auch negative Duration erreichbar.

1.5.1.7 Probleme beim Hedging mit Futures

Ganzzahligkeitsproblem: Die Anzahl der Futures wird nur zufällig keine runde Zahl ergeben. Daher hat man erste Ungenauigkeit bei der Rundung der theoretischen Futures-Zahl.

Underlying: Häufig gibt es keine passenden Futures auf das gewünschte Underlying oder es gibt für das Underlying gar keine Futures.

Schätzung von Duration bzw. Beta	Sowohl die Durationen von Bonds als auch die Betas von Aktien oder Indizes sind keine zeitstabilen Größen.
Basisrisiko	Gewünschte Laufzeit der Absicherung stimmt nicht mit der Laufzeit der Futures überein. Da nur bei Fälligkeit des Futures der Spotpreis gleich dem Futurespreis ist, ergibt sich zu allen anderen Zeitpunkten eine Differenz der beiden Kurse, das sog. Basisrisiko.

1.5.2 Arbitrage

Cash-and-Carry-Arbitrage	Ausnutzung von Bewertungsunterschieden zwischen Future und Underlying, die durch Unter- oder Überschätzen der Cost of carry bedingt sind.
Future-Forward-Arbitrage	Ausnutzung von Bewertungsunterschieden zwischen Future und einem passenden Zerobond mit gleicher Fälligkeit. Wird vor allem am Geldmarkt betrieben, da hier genügen Zerobonds mit ausreichender Liquidität verfügbar sind.
Praxis	Transaktionskosten verhindern oft die erfolgreiche Arbitrage. Einschränkungen bei Leerverkäufen schränken das Spektrum der Möglichkeiten deutlich ein. Unterschiedliche Kredit- und Guthabenzinsen führen zu höheren Cost-of-carry.

1.5.3 Trading

Calender Trading	Ausnutzung von Preisungleichgewichten innerhalb des Terminmarktes. Futures einzelner Laufzeiten können fehlbewertet sein.
Vorteile	Gegenüber direktem Handeln des Underlyings deutlich geringerer Kapitaleinsatz bei gleichem Chancenpotential. Häufig liquidere Märkte für Futures als die für Underlying, daher oft geringere Transaktionskosten.

2 Optionen

2.1 Grundlagen

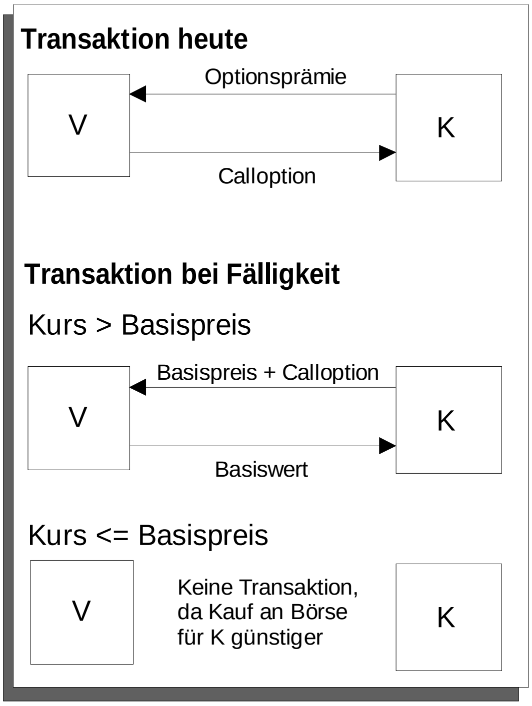
2.1.1 Begriffe

Art des Rechtsgeschäfts	Bedingte (ungleiche) Vereinbarung zwischen Käufer und Verkäufer über eine in der Zukunft erfolgende Transaktion.
Position des Verkäufers	Räumt dem Käufer das Recht ein, • zu ein bestimmten Zeitpunkt • eine bestimmte Transaktion • zu festgelegten Konditionen auszuführen. Verkäufer hat kein Wahlrecht, sondern die Pflicht, seine Verpflichtungen auf Wunsch des Käufers zu erfüllen. Verkäufer wird aus diesem Grund oft auch Stillhalter genannt.
Position des Käufers	Hat die Wahl, das gekaufte Recht auszuüben oder auch nicht. Käufer zahlt dafür Optionsprämie.
Basiswert oder Underlying	Gegenstand der Optionen sind diverse Finanzinstrumente wie Aktien, Anleihen, Indizes usw.. Das der Transaktion zugrunde liegende Finanzinstrument bezeichnet man als Basiswert oder Underlying.
Beispiel	Verkäufer gibt dem Käufer das Recht, in einem Jahr 500 Stück der Aktie XY (Underlying) zu einem Preis von 100 EUR zu kaufen. Käufer wird dieses Recht wahrnehmen, wenn Kurs der Aktien über 100 EUR liegt. Falls der Kurs darunter liegt, wird er das Recht verfallen lassen.
Kaufoptionen (Calls)	Käufer erwirbt das Recht, eine bestimmte Ware (Basiswert) zu einem bestimmten Termin (Fälligkeit) zu einem bestimmten Preis (Ausübungs-, Basis- oder Spotpreis) zu *kaufen*.
Verkaufsoptionen (Puts)	Käufer erwirbt das Recht, eine bestimmte Ware (Basiswert) zu einem bestimmten Termin (Fälligkeit) zu einem bestimmten Preis (Ausübungs-, Basis- oder Spotpreis) zu *verkaufen*.
Einsatzzwecke von Optionen	Risikotransfer auf andere Marktteilnehmer. Steuerliche Vorteile gegenüber dem direkten Kauf des Underlyings. Optionshandel als Indikator für zukünftige Marktentwicklungen.
Zeitliche Befristung des Ausübungsrechts	Bei europäischen Optionen kann diese nur am Fälligkeitstag ausgeübt werden. Amerikanische Optionen können jederzeit bis einschließlich dem Fälligkeitstag ausgeübt werden.
Lieferung	Cash Settlement (Zahlungsausgleich) oder physische Lieferung des Basiswerts

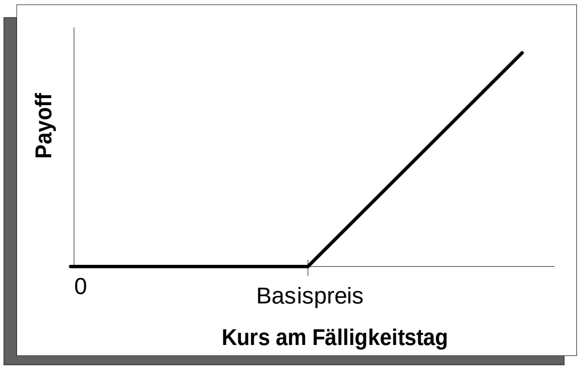
2.1.2 Grundgeschäfte

Plain-Vanilla-Optionen	Als Plain-Vanilla bezeichnet man die grundlegenden Call- und Putoptionen ohne besondere Gestaltungsmerkmale, also den bedingten Kauf oder Verkauf eines Basiswerts abhängig von einem Basispreis.
Exotische Optionen	Exotische Optionen weisen kompliziertere Bedingungen auf. Hier ist theoretisch der Kreativität keine Grenze gesetzt.

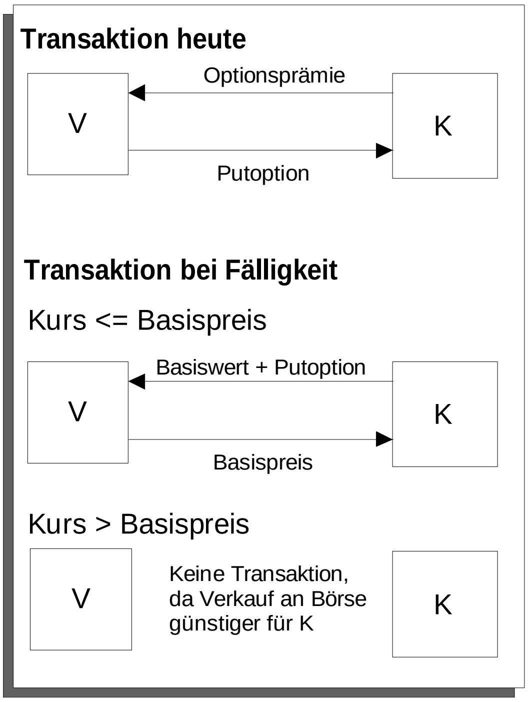
2.1.2.1 Plain-Vanilla-Call



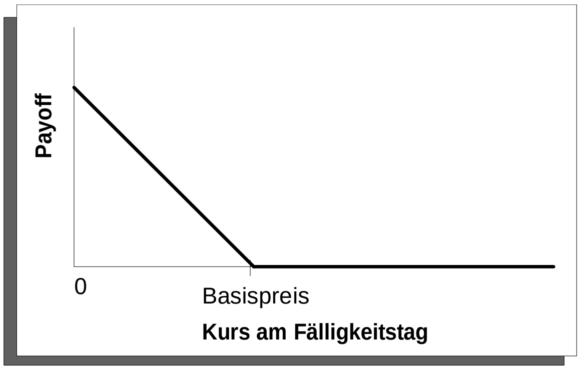
Am Tag der Fälligkeit ergibt sich folgendes Payoff-Profil:



2.1.2.2 Plain-Vanilla-Put



Am Tag der Fälligkeit ergibt sich folgendes Payoff-Profil:



2.1.3 Wichtige Underlyings

Aktien und Aktienindizes	• Optionen müssen bei Kapitalmaßnahmen wie Aktiensplits, Bezugsrechten, … angepasst werden. • Lepo-Options (Low Excercise Price Options) als Ersatz für direkten Aktienbesitz aus steuerlichen Gründen oder als Ersatz für Leerverkauf bei Privatanlegern.
Futures	• Zu fast jedem Future gibt es Optionen. • Long Future: aus Long Call oder Short Put • Short Future: aus Short Call oder Long Put
Devisen	• Basiswert ist eine bestimmte Menge einer Währung, z.B. USD oder CHF.

2.2 Bewertung von Optionen

2.2.1 Notation

K	Basispreis (Strike, Ausübungspreis) einer Option
C_E oder C_{US}	Wert einer europäischen / amerikanischen Call-Option
P_E oder P_{US}	Wert einer europäischen / amerikanischen Put-Option
T	Fälligkeitstermin
R	Restlaufzeit zum Zeitpunkt t: R = T-t
S_t	Kurs Underlying zum Zeitpunkt t
$C_T = S_T – K$	Innerer Wert einer Call-Option (am Fälligkeitstag, falls $S_T>K$)
$P_T = K – S_T$	Innerer Wert einer Put-Option (am Fälligkeitstag, falls $S_T<K$)
z	Risikoloser *stetiger* Zinssatz ($z = \ln(1 + Z)$)
DF	Diskontfaktor
σ	Volatilität
BWD	Barwert der Dividenden in der Restlaufzeit R zum Zeitpunkt t
d	stetige Dividendenrendite
u, v	Diskrete Renditen für Aktienkurs größer Basiswert bzw. Aktienkurs kleine Basiswert
Z	Diskreter zinsloser Zinssatz

2.2.2 Komponenten des fairen Optionspreises

Komponenten	Optionspreis = Innerer Wert + Zeitwert
Innerer Wert	Der Innere Wert eines Calls ist die Differenz aus aktuellen Kurs des Underlyings und dem Basispreis der Option, falls diese Differenz größer als Null ist. Ansonsten ist der Innere Wert eines Calls Null. Der Innere Wert eines Puts ist die Differenz aus Basispreis der Option und aktuellem Kurs des Underlyings, falls diese Differenz größer als Null ist. Ansonsten ist der Innere Wert eines Puts Null.
Zeitwert	Bildet die Hoffnung des Optionskäufers ab, dass beim Call der Kurs des Underlyings über den Basispreis steigt bzw. beim Put unter den Basispreis fällt. Der Zeitwert nimmt mit der Restlaufzeit stark ab, da sich die (Nicht-)Erfüllung dieser Hoffnung immer stärker konkretisiert.
Volatilität	Die Schwankung des Kurses des Underlyings ist ein wesentlicher Einflussfaktor auf den Optionspreis. Je höher diese ist, desto wahrscheinlicher wird grundsätzlich die Ausübung der Option.
Restlaufzeit	Je kürzer die Restlaufzeit, desto geringer wird aufgrund des stark abnehmenden Zeitwerts der Optionspreis sein.
Kurzfristiger Zinssatz	Je höher die Zinssätze, desto teuerer ist die alternative Anlage direkt in den Basiswert. Ein Call entspricht ja letztlich einem bedingten Kauf der Aktie auf Kredit.

2.2.3 Preisregeln und Arbitrage

Regel 1: Optionspreis ist im größer oder gleich Null

$C \geq 0$, $P \geq 0$

Arbitrage bei Nichterfüllung für einen Call

C=-5

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
+C	**+5** (!!!!)	0	0
Risikoloser Gewinn	+5	0	0

Arbitrage bei Nichterfüllung für einen Put

P=-5

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
-P	**+5** (!!!!)	0	0
Risikoloser Gewinn	+5	0	0

Regel 2: Ist der Wert des Underlyings Null, dann ist auch der Optionspreis Null

$S_t=0 \Rightarrow C_E = C_{US} = 0$

Arbitrage bei Nichterfüllung für einen Call

C=5, $S_t = 0$

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
+C	**+5** (!!!!)	0	0
-S	0	0	0
Risikoloser Gewinn	+5	0	0

Arbitrage bei Nichterfüllung für einen Put

P=5, $S_t = 0$

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
-P	**+5** (!!!!)	0	0
+S	0	0	0
Risikoloser Gewinn	+5	0	0

Regel 3: Ein Call ist nie teuerer als der Basiswert

$$S \geq C(S, R, K)$$

Arbitrage bei Nichterfüllung

C=5, $S_t = 3$

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
-C	+5	0	-10
+S	-3	0	+10
Risikoloser Gewinn	+2	0	0

Bei Nichtausübung der Option: Zum risikolosen Zins kommt noch die gekaufte Aktie als Gewinn hinzu.

Regel 4: Wert der Option bei Fälligkeit

$$C_E(S_T,0,K) = C_{US}(S_T,0,K) = \text{Max}[0; S_T - K]$$

$$P_E(S_T,0,K) = P_{US}(S_T,0,K) = \text{Max}[0;K - S_T]$$

Regel 5a: Untergrenze für den amerikanischen Call zum Zeitpunkt t

$$C_{US}(S_t, R, K) \geq \text{Max}[0; S_t - K]$$

Arbitrage bei Nichterfüllung

C=17, $S_t = 120$, K = 100

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
+C	-17	0	0
-S	+120	0	0
-C (sofort ausüben)	-100	0	0
Risikoloser Gewinn	+3	0	0

Regel 5b: Untergrenze für den amerikanischen Put zum Zeitpunkt t

$$P_{US}(S_t, R, K) \geq \text{Max}[0; K – S_t]$$

Arbitrage bei Nichterfüllung

P=15, $S_t = 80$, K = 100

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$	Bei Fälligkeit $S_T<K$
+P	-15	0	0
-S	-80	0	0
-P (sofort ausüben)	+100		
Risikoloser Gewinn	+5	0	0

Regel 6: Eine amerikanische Option ist nie billiger als eine europäische

$C_{US}(S_T,R,K) \geq C_E(S_T,R,K)$

$P_{US}(S_T,R,K) \geq P_E(S_T,R,K)$

Grund: Vorzeitige Ausübung bei amerikanischer Option ist ein zusätzliches Recht mit entsprechendem Wert.

Regel 7: Europäischer Call ist nie billiger als Differenz aus Aktienkurs und Barwert des Basispreises

$C_E(S_T,0,K) \geq Max[0; S_T - K * e^{-z*R}]$

Arbitrage bei Nicherfüllung

C=3, DF=0,94, K = 100, S_t = 98

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$ S_T= 105	Bei Fälligkeit $S_T<K$ S_T = 95
+C	-3	-100	0
-S	+98	0	-95
K * DF (Zerobond)	-94	100	100
Risikoloser Gewinn	+1	0	5
Bemerkung		Call ausüben und damit Position aus –S glattstellen	Zusätzlicher Gewinn möglich, falls $S_T < K$!!

Fairer Wert Call mindestens: $C_E \geq$ Max[0; 98 – 100*0,94] = Max[0, 4] = 4.

Regel 8: Europäische und amerikanische Calls sind gleich bei dividendenlosen Aktien und positiven Zinsen

$C_E(S_T,R,K) = C_{US}(S_T,R,K)$

Da $S_t - K * e^{-z*R} > S_t - K$ ist bei positiven Zinsen, wird man den Call nicht ausüben. Ausnahme: Man benötigt die Stimmrecht der Aktien.

Regel 9: Maximaler Wert eines Puts ist der Basiswert

$K \geq P_{US}(S_t, R, K) \geq P_E(S_t, R, K)$

Regel 10a: Je niedriger der Basispreis, desto höher ist der Wert des Calls

Regel 10b: Je höher der Basispreis, desto höher der Wert eines Puts

Regel 11: Je länger die Laufzeit, desto höher der Wert einer amerikanischen Option

Gilt bei europäischen Optionen nur, wenn zwischenzeitlich keine Dividenden gezahlt werden.

Regel 12: Wert eines europäischen Calls größer oder gleich Aktienkurs – Barwert Dividenden – Barwert Basispreis

$C_E \geq S_t - BWD - K * e^{-z*R}$

Arbitrage bei Nichterfüllung

S_t = 6.000, K = 5.900, C=300, BWD=0, P=10, r = 2%

	Heute	Bei Fälligkeit $S_T > K$ S = 5000	Bei Fälligkeit $S_T<K$ S = 7000
+P	-10	+900	0
-C	+300	0	-1.100
+S	-6.000	+5.000	+7.000
-K	+5.690	-5.804	-5.804

Risikoloser Gewinn	0	76	76

2.2.4 Put-Call-Parität

Pfadunabhängige Portfolien

Bei Fälligkeit gilt stets:

$$C_E(S_t, T, K) - P_E(S_t, T, K) + K = S_T$$

An jedem anderen Zeitpunkt muß gelten:

$$C_E(S_t, t, K) - P_E(S_t, t, K) + K^* e^{-z^*R} = S_t$$

Ansonsten würde über die Restlaufzeit Arbitrage aufgesetzt. Somit hat man die Put-Call-Parität.

Europäische Optionen

$$P_E = C_E - S_t + BWD + K * e^{-z^*R}$$

Arbitrage bei Nichterfüllung

S_t = 6.000, r = 2%, K = 5.900, C=300, P=10, BWD=0

	Heute	Bei Fälligkeit S_T > K S = 5000	Bei Fälligkeit S_T<K S = 7000
+P	-10	+900	0
-C	+300	0	-1.100
+S	-6.000	+5.000	+7.000
-K	+5.690	-5.804	-5.804
Risikoloser Gewinn	0	76	76

Amerikanische Optionen

$$C_{US} - S_t + K + BWD \geq P_{US} \geq C_{US} - S_t + K * e^{-z^*R}$$

Arbitrage bei Nichterfüllung

St = 6.000, K = 5.900, C=300, BWD=0, P=200, r = 2%

	Heute	Bei Fälligkeit S_T > K S = 5000	Bei Fälligkeit S_T<K S = 7000
-P	+200	-900	0
+C	-300	0	+1.100
-S	+6.000	-5.000	-7.000
+K	-5.900	+6.018	+6.018
Risikoloser Gewinn	0	118	118

2.2.5 Bewertung von Optionen

2.2.5.1 Bewertung mit dem Black-Scholes-Modell

Annahmen

- Keine Transaktionskosten und Steuern
- Leerverkäufe unbeschränkt zulässig
- Effektiver Markt
- Flache Zinsstrukturkurve
- Keine Dividenden
- Konstante Volatilität über alle Laufzeiten
- Keine vorzeitige Ausübung des Optionsrechts zulässig, also nur für europäische Optionen

Annahmen sind eher unrealistisch!!

Europäische Call

S* Korrigierter Kurs des Underlyings bei Dividendenzahlungen

$S^* = S - BWD$ oder $S^* = S \times e^{-d \times R}$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S^*}{K}\right) + z \times R}{\sigma \times \sqrt{R}} + \frac{1}{2} \times \sigma \times \sqrt{R}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{R}$$

$$C = S^* \times N(d_1) - K \times e^{-z \times R} \times N(d_2)$$

Europäischer Put	S* Korrigierter Kurs des Underlyings bei Dividendenzahlungen $S^* = S - BWD$ oder $S^* = S \times e^{-d \times R}$ $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S^*}{K}\right) + z \times R}{\sigma \times \sqrt{R}} + \frac{1}{2} \times \sigma \times \sqrt{R}$ $d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{R}$ $P = -S^* \times N(-d_1) + K \times e^{-z \times R} \times N(-d_2)$
Interpretation der Black-Scholes-Formel	C = Term1 – Term2 Term1 ist der erwartete Barwert des Aktienkurses unter der Bedingung, dass der Aktienkurs größer als der Basispreis ist. Term2 ist der erwartete Barwert der Ausübungskosten, d.h. des Basispreises K.
Aktien ohne Dividendenzahlung	Verwendung der Black-Scholes-Formel mit S* = S, da keine Dividende gezahlt wird.
Aktien mit Dividendenzahlung	Verwendung der Black-Scholes-Formel mit $S^* = S - BWD$, wenn Dividendentermine genau bekannt sind, oder $S^* = S \times e^{-d \times R}$, wenn nur eine Dividendenrendite geschätzt werden kann.
Kursindex	Wie Aktien mit Dividendenzahlung
Performanceindex	Wie Aktien ohne Dividendenzahlung, da diese bereits im Kurs des Index S berücksichtigt sind.
Futures	Bei Futures ist die Dividendenrendite nach dem cash-ad-carry-Ansatz gleich dem risikolosen Zins, also gilt d = z. Ferner gilt: S = F. Ansonsten Anwendung der Black-Scholes-Formel.
Devisen	Wie Aktie mit Dividendenzahlungen, deren Höhe dem risikolosen Zins in der jeweiligen Fremdwährung entspricht: $z = z_{FX}$.
Warrants	Option einer AG auf sich selbst. Nicht mit Black-Scholes-Formel bewertbar.

2.2.5.2 Bewertung mit dem Binomial-Modell

Vorteile gegenüber Black-Scholes	Im Gegensatz zur Normalverteilung beim Black-Scholes-Modell setzt das Binomial-Modell keine besondere Verteilung voraus. Risikopräferenz des Anlegers spielt keine Rolle im Binomial-Modell. Im Black-Scholes-Modell geht diese über Volatilität ein. Option auf Aktie kann durch die Anlage in einen bestimmte Menge der Aktie und eine risikolose Geldanlage dupliziert werden.
Options-Preis	$\Pi = \frac{1 + Z - v}{u - v}$ $C_u = S \times u$ $C_v = S \times v$ $C = \frac{\Pi \times C_u + (1 - \Pi) \times C_v}{1 + Z}$
Beispiel	S = 100, u = 1,1, v = 0,9, Z = 5%

$$\Pi = \frac{1+Z-v}{u-v} = \frac{1+0{,}05-0{,}9}{1{,}1-0{,}9} = 0{,}75,\ C_u = S \times u = 100 \times 1{,}1 = 110,$$

$$C_v = S \times v = 100 \times 0{,}9 = 90,$$

$$C = \frac{\Pi \times C_u + (1-\Pi) \times C_v}{1+Z} = \frac{0{,}75 \times 110 + (1-0{,}75) \times 90}{1+0{,}05} = 100$$

Options-Preis für beliebige Zeitperioden

$$C = S \times \Phi(a, n, \Pi') - \frac{K}{(1+Z)^n} \times \Phi(a, n, \Pi)$$

$$\Pi' = \frac{u \times \Pi}{1+R}$$

Φ ist die Binomialverteilung (aus Tabellen analog zu Normalverteilung abzulesen).
Grenzwertbetrachtung für n führt zur Normalverteilung und damit zur Black-Scholes-Formel.

2.2.5.3 Berechnung impliziter Volatilitäten

Idee: Statt eine Option über ihren theoretisch fairen Wert zu bewerten, ermittelt man aus den gegebenen Marktpreisen der Optionen die implizit darin enthaltene Volatilität.
Implizite Volatilitäten liegen meist höher als die historische ermittelten.

Verfahren: Bestimmung mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahren und der Ableitung der Black-Scholes-Formel nach der Volatilität.

2.2.6 Sensitivitäten europäische Optionspreise

Im Folgenden werden nur europäische Optionen betrachtet.

2.2.6.1 Das Delta einer Option

Mathematisch: Erste Ableitung des Optionspreises nach dem Kurs des Underlyings.

$$\Delta = N(d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S^*}{K}\right) + z \times R}{\sigma \times \sqrt{R}} + \frac{1}{2} \times \sigma \times \sqrt{R}$$

Interpretation: Reaktion des Optionspreises auf Änderungen des Kurses des Underlyings.

Call

$$0 \leq \Delta \leq 1$$

Ein Call reagiert at-the-money am stärksten positiv auf Kursänderungen.
Mit abnehmender Restlaufzeit nimmt Reaktion an Stärke zu.

Put

$$-1 \leq \Delta \leq 0$$

Ein Put at-the-money reagiert am stärksten negativ auf Kursänderungen.
Mit abnehmender Restlaufzeit nimmt Reaktion an Stärke zu.

Delta einer Aktie: Delta einer Aktie ist betragsmäßig immer gleich 1. Aktie long hat Delta gleich 1, Aktie short hat Delta von -1.

2.2.6.2 Das Omega einer Option

Mathematisch

Interpretation: Prozentuale Reaktion des Optionspreises auf Änderungen des Kurses des Underlyings.

Call

Put

2.2.6.3 Das Gamma einer Option

Mathematisch	Zweite Ableitung des Optionspreises nach dem Kurs des Underlyings. Oder: erste Ableitung von Delta nach dem Kurs des Underlyings.
Interpretation	Beschreibt die Änderung des Deltas einer Option abhängig vom Kurs des Underlyings: Es handelt sich also um eine Sensitivität des Deltas bezogen auf den Kurs den Underlyings.
Call = Put	$\Gamma_{Call} = \Gamma_{Put}$ Gamma ist bei at-the-money-Optionen am größten, d.h. deren Delta ändert sich bei Kursen um den Strike am stärksten.

2.2.6.4 Das Theta einer Option

Mathematisch	Erste Ableitung des Optionspreises nach der Restlaufzeit R bzw. nach der normalen Kalenderzeit t. $\Theta_{Call} = \frac{\delta C}{\delta t} = -\frac{\delta C}{\delta R}$ $\Theta_{Put} = \frac{\delta P}{\delta t} = -\frac{\delta P}{\delta R}$ Vorteil des Theta bezogen auf die Kalenderzeit ist, dass man am Vorzeichen des Theta erkennen kann, ob die Position mit Finanzierungskosten belastet ist (negatives Vorzeichen) oder nicht (positives Vorzeichen).
Interpretation	Beschreibt die Änderung des Optionspreises mit abnehmender Restlaufzeit. Letztlich beschreibt Theta die Entwicklung des Zeitwerts einer Option.
Call	At-the-money-Optionen reagieren am stärksten negativ auf die abnehmende Restlaufzeit.
Put	At-the-money-Optionen reagieren am stärksten negativ auf die abnehmende Restlaufzeit.

2.2.6.5 Das Vega einer Option

Mathematisch	Erste Ableitung des Optionspreises nach der Volatilität des Basiswerts.
Interpretation	Beschreibt die Änderung des Optionspreises bei Änderungen der Volatilität des Basiswerts.
Call = Put	$\nu_{Call} = \nu_{Put}$ Vega ist bei at-the-money-Optionen positiv am größten: mit abnehmender Restlaufzeit sinkt deren Wert also am stärksten.

2.2.6.6 Das Rho einer Option

Mathematisch	Erste Ableitung des Optionspreises nach dem Zinssatz.
Interpretation	Beschreibt die Änderung des Optionspreises bei Änderungen des Zinssatzes, daher auch Zinssensitivität der Option genannt. Ursache für Zinsabhängigkeit ist der Zeitwert der Option. Rhos ist vom absoluten Betrag her gesehen stets bei längeren Laufzeiten höher.
Call	$\rho > 0$ Ursache: Barwert des Ausübungspreises sinkt mit zunehmendem Zinssatz.
Put	$\rho < 0$ Ursache: Barwert des Ausübungspreises sinkt mit zunehmendem Zinssatz.
Hinweis:	Währungsoptionen hängen von inländischem und ausländischem Zinssatz ab und haben somit zwei Rhos.

2.2.6.7 Sensitivitäten im Portfolio

Additivität	Sensitivitäten sind additiv. Das heißt, die Sensitivität eines Portfolios ist gleich der Summe aller darin enthaltenen Sensitivitäten der einzelnen Positionen.
Gültigkeit	Alle Sensitivitäten der Option sind additiv. Diese Regel gilt also für Delta,

Gamma, Theta, Vega und Rho.

2.3 Hedging mit Optionen

Grundidee: Beim Delta-Hedging versucht man, das Portfolio-Delta zu eliminieren. Damit wäre das Portfolio nicht mehr anfällig für überraschende Kursschwankungen.

2.3.1 Reines Delta-Hedging

Grundidee: Beim reinen Delta-Hedging versucht man ausschließlich, das Portfolio-Delta zu eliminieren. Problematisch daran ist, dass das Delta eine sich ändernde Größe ist, das Hedging damit also nur eine Momentanaufnahme darstellt.

Strategie: Maximiere den Portfoliowert unter der Nebenbedingung eines Deltas von Null.

$$\max V(S,t) = n_0 S + \sum_{i=1}^{n} n_i C_i(S,t) + \sum_{j=1}^{m} n_j P_j(S,t)$$

V(S,t)	Portfoliowert zum Zeitpunkt t
n_0	Menge Basiswert
S	Aktuelle Kurs des Basiswerts
n_i	Menge des Calls i
$C_i(S,t)$	Preis des Calls i zum Zeitpunkt t
n_j	Menge des Puts j
$P_j(S,t)$	Preis des Puts j zum Zeitpunkt t

Nebenbedingung:

$$\Delta_V(S,t) = n_0 + \sum_{i=1}^{n} n_i \Delta_{C_i}(S,t) + \sum_{j=1}^{m} n_j \Delta_{P_j}(S,t) = 0$$

Die Nebenbedingung nutzt die Additivitäts-Eigenschaft der Sensitivitäten.

Ergebnis: Das Portfolio wird für kleine Änderungen des Basispreises gegen Kursschwankungen immunisiert.

2.3.2 Delta-Gamma-Hedging

Grundidee: Beim Delta-Gamma-Hedging versucht man zusätzlich zum Delta-Hedge, das Risiko des sich verändernden Portfolio-Deltas zu eliminieren.

Strategie: Maximiere den Portfoliowert unter der Nebenbedingung eines Deltas von Null.

$$\max V(S,t) = n_0 S + \sum_{i=1}^{n} n_i C_i(S,t) + \sum_{j=1}^{m} n_j P_j(S,t)$$

V(S,t)	Portfoliowert zum Zeitpunkt t
n_0	Menge Basiswert
S	Aktuelle Kurs des Basiswerts
n_i	Menge des Calls i
$C_i(S,t)$	Preis des Calls i zum Zeitpunkt t
n_j	Menge des Puts j
$P_j(S,t)$	Preis des Puts j zum Zeitpunkt t

Nebenbedingung für Delta:

$$\Delta_V(S,t) = n_0 + \sum_{i=1}^{n} n_i \Delta_{C_i}(S,t) + \sum_{j=1}^{m} n_j \Delta_{P_j}(S,t) = 0$$

Nebenbedingung für Gamma:

$$\Gamma_V(S,t) = \sum_{i=1}^{n} n_i \Gamma_{P_i}(S,t) + \sum_{j=1}^{m} n_j \Gamma_{P_j}(S,t)$$

Die Nebenbedingungen nutzen die Additivitäts-Eigenschaft der Sensitivitäten.

Gamma-Hedging: Nebenbedingung für Gamma (sog. Gamma-Hedging) kann nur über Derivate erreicht werden, da Kurs des Basiswerts keine Rolle mehr spielt.

Praktisches Vorgehen: Zuerst wird Gamma gehedged, dann Delta. Löse also erst Nebenbedingung für Gamma und setze Ergebnis in die Nebenbedingung für Delta ein.

Derivate

Ergebnis — Das Portfolio wird in einem gewissen Bereich rund um den Basispreis gegen Kursschwankungen immunisiert.
Wird der Put gleich dem Call gewählt, so ergibt sich gleichzeitig auch noch eine Vega-Immunisierung, da dann Vega des Call gleich dem des Put ist.

2.4 Synthetische Aktien, Bonds und Optionen

2.4.1 Synthetische Aktien

Herleitung — Durch Interpretation der Black-Scholes erhält man eine Replikation für Aktien durch eine Anleihe long sowie eine Call long:

$$S^* = K \times e^{-z \times R} \times \frac{N(d_2)}{N(d_1)} + C \times \frac{1}{N(d_1)} = Anleihe + Call$$

Analog könnte eine Aktie auch aus Puts synthetisiert werden als Put short und Anleihe long:

$$S* = +K \times e^{-z \times R} \times \frac{N(-d_2)}{N(-d_1)} - P \times \frac{1}{N(-d_1)}$$

Praktische Bedeutung — Ersatz von nicht liquiden Aktien.

2.4.2 Synthetische Bonds

Herleitung — Aus der Black-Scholes-Formel lässt sich die Replikation einer Anleihe als Kombination aus Aktie long und Call short herleiten:

$$B = K \times e^{-z \times R} = S^* \times \frac{N(d_1)}{N(d_2)} - C \times \frac{1}{N(d_2)} = Aktie - Call$$

Analog kann ein Bond auch mit Aktie long und Put long repliziert werden:

$$B = K \times e^{-z \times R} \times = P \times \frac{1}{N(-d_2)} + S^* \times \frac{N(-d_1)}{N(-d_2)}$$

Praktische Bedeutung — Ersatz von nicht liquide gehandelten Bonds.

2.4.3 Synthetischer Call

Herleitung — Die Black-Scholes-Formel für die Bewertung eines Calls kann interpretiert werden als ein Portfolio aus einer Aktienanlage long und einer risikolosen Geldanlage short:

$$C = S^* \times N(d_1) - K \times e^{-z \times R} \times N(d_2) = Aktie - Kredit$$

$N(d_1)$ ist dabei die Anzahl der gekauften Aktien.

Praktische Bedeutung — Generierung von nicht am Markt gehandelte Calls, z.B. auf Underlyings, für die es überhaupt keine gehandelten Calls gibt, oder mit nicht gehandelten Laufzeiten.

Hinweis — Synthetische Calls weisen bei einem sprunghaften Kursverlauf des Underlyings andere Eigenschaften auf als ein echter Call! Nur für stetige Kursverläufe sind synthetischer und echter Call gleich.

2.4.4 Synthetischer Put

Herleitung — Analog zum Call kann auch die Black-Scholes-Formeln eines Puts als ein Portfolio interpretiert werden. Dabei wird ein Put repliziert durch Aktien short in Kombination mit einer risikolosen Anlage:

$$P = -S^* \times N(-d_1) + K \times e^{-z \times R} \times N(-d_2)$$

$N(-d_1)$ ist dabei die Anzahl der leerverkauften Aktien.

Praktische Bedeutung — Einsatz im Bereich der Portfolio Insurance, falls für ein Portfolio kein geeigneter Put zur Bildung eines Protective Put existiert.

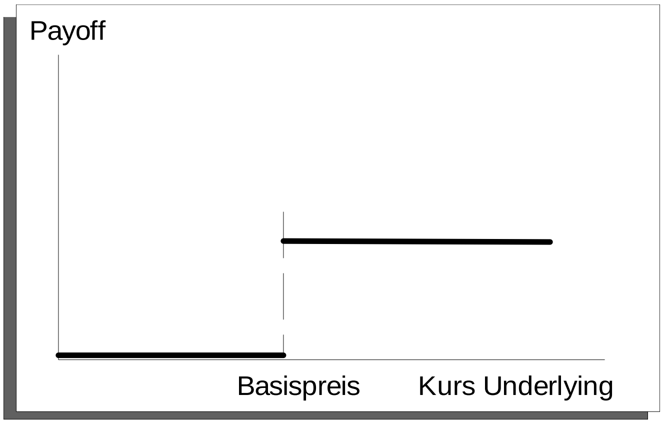
Hinweis — Synthetische Puts weisen bei einem sprunghaften Kursverlauf des Underlyings andere Eigenschaften auf als ein echter Put! Nur für stetige Kursverläufe sind synthetischer und echter Put gleich.

2.5 Exotische Optionen

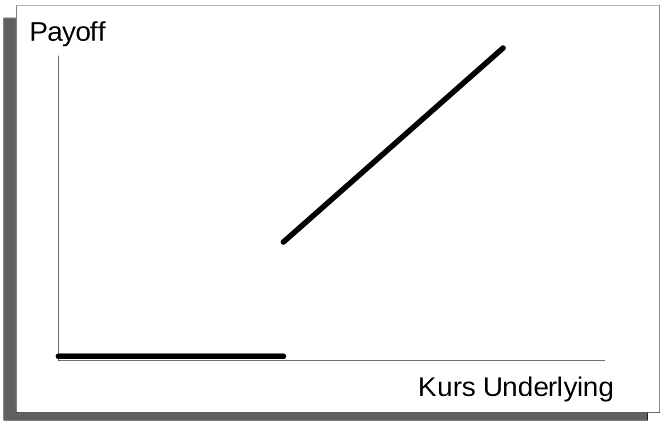
2.5.1 Digitale Optionen

Merkmale — Sehr einfache Optionen, die allerdings leicht manipulierbar sind.
Liegt Kurs des Underlying über dem Basispreis, so erhält man einen festen Betrag, ein Asset oder einen Differenzbetrag. Ansonsten erhält man nichts.

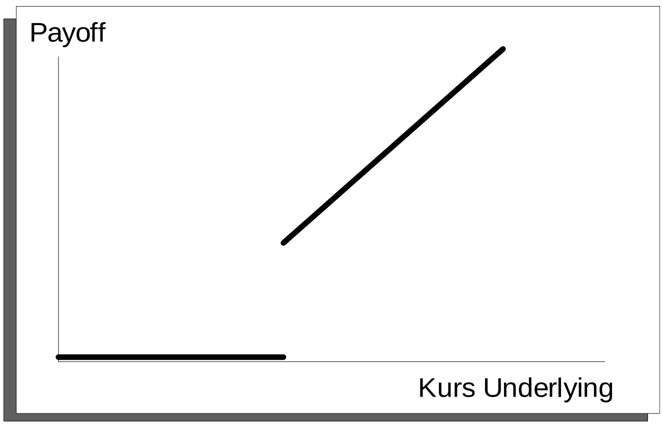
Cash-Or-Nothing CON — Zahlt festen Betrag, wenn bei Fälligkeit der Basispreis überschritten wird.



Asset-or-Nothing AON — Liefert ein Wertpapier, wenn bei Fälligkeit der Basispreis überschritten wird.



Gap-Option GAP — Liefert die Differenz aus einem Asset-Preis und einer Konstante. Wird Konstante gleich dem Basispreis gewählt, erhält man einen normalen Call.



2.5.2 Barrier- oder Trigger Optionen

Merkmale — Barrier-Optionen sind pfadabhängig. Das heißt, der Payoff hängt nicht nur von der Situation am Fälligkeitstag ab, sondern auch davon, was in der Zwischenzeit passiert ist. Hier darf der Preis des Underlyings entweder eine

	Höchstmarke nicht überschreiten oder häufiger eine Untergrenze nicht unterschreiten.
Down-and-Out-Call DOC	Normaler Call, bei dem während der Laufzeit eine Untergrenze festgelegt wird, die nicht unterschritten werden darf, sonst verfällt der Call wertlos. Teilweise bei Verfall der Option auch Zahlung einer Ausgleichszahlung. Häufig auch als Knock-out-Option bezeichnet. Payout-Profil zum Fälligkeitstermin entspricht dem eines normalen Calls, wenn die Untergrenze vorher nie berührt wurde.
Asiatische Optionen	Der durchschnittliche Preis des Basiswerts muss über dem Basispreis liegen, dann wird der Differenzbetrag ausgezahlt (average strike call). Es gibt verschiedene Arten den Durchschnittspreis zu berechnen. Eine andere Variante bezieht den Durchschnitt auf den Preis des Underlyings zur Fälligkeit (average price call).

2.5.3 Lookback-Optionen

Merkmale	Lookback-Optionen sind pfadabhängig. Das heißt, der Payoff hängt nicht nur von der Situation am Fälligkeitstag ab, sondern auch davon, was in der Zwischenzeit passiert ist. Hier hängt der Payoff von einem Maximum oder Minimum während der Laufzeit ab. Daher sind diese Optionen auch relativ teuer.
Lookback mit variablem Ausübungspreis (LBC)	Zahlt die Differenz zwischen aktuellem Kurs und dem minimalen Kurs während der Laufzeit aus.

2.5.4 Choser-Optionen

Merkmale	Zur Fälligkeit kann der Optionsbesitzer wählen, ob er in einen Call oder einen Put einsteigen möchte.
Einfacher Chooser	Wählbarer Call und Put haben gleiche Konditionen.

2.6 Optionsstrategien

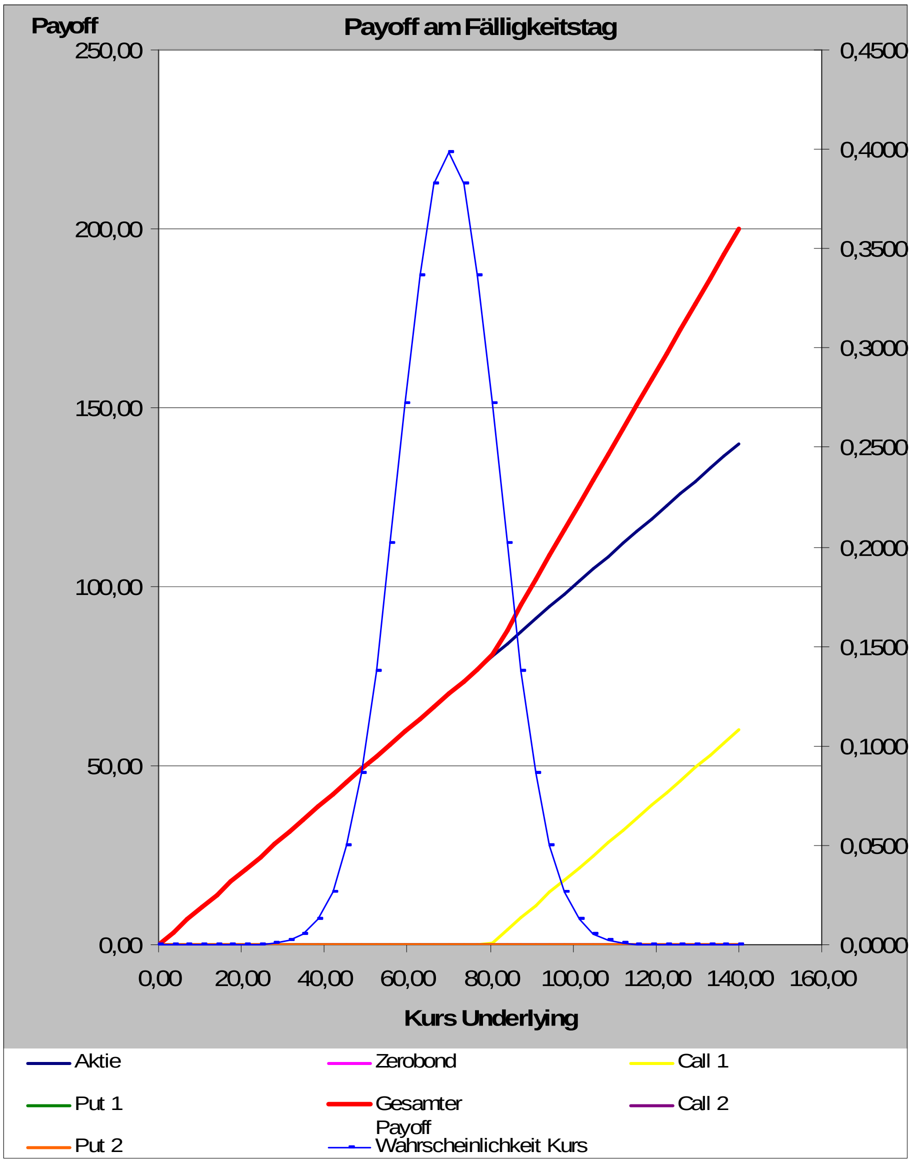
Basisposition	+B	Kauf einer Anleihe (long bond)
	-B	Kreditaufnahme (short bond)
	+S	Aktienkauf (long stock)
	-S	Aktienleerverkauf (short stock)
	+C	Kauf einer Kaufoption (long call)
	-C	Verkauf einer Kaufoption (short call)
	+P	Kauf einer Verkaufsoption (long put)
	-P	Verkauf einer Verkaufsoption (short put)

2.6.1 Einfache Strategien

2.6.1.1 Gewinn hebeln

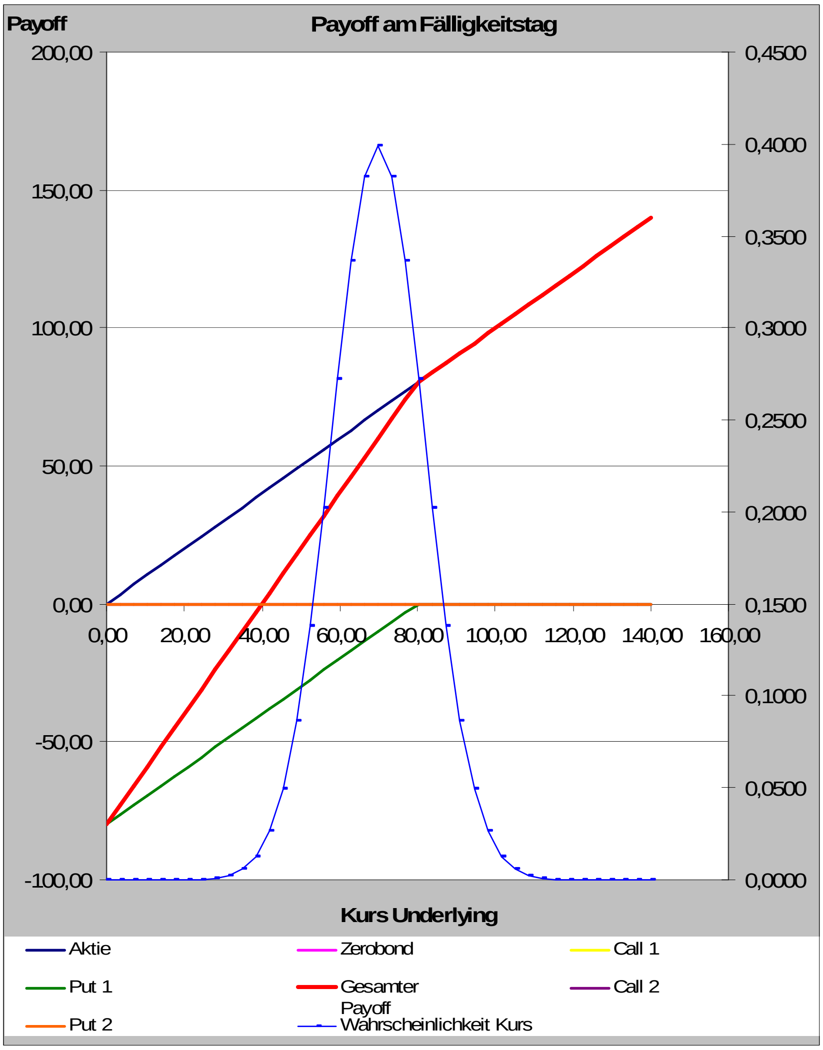
Replikation	+S+C
Ziel	Erwartung steigender Kurse und überdurchschnittliche Teilnahme daran.

Payoff


Payoff
Payoff am Fälligkeitstag
250,00
200,00
150,00
100,00
50,00
0,00
0,4500
0,4000
0,3500
0,3000
0,2500
0,2000
0,1500
0,1000
0,0500
0,0000
0,00
20,00
40,00
60,00
80,00
100,00
120,00
140,00
160,00
Kurs Underlying
Aktie
Zerobond
Call 1
Put 1
Gesamter Payoff
Call 2
Put 2
Wahrscheinlichkeit Kurs

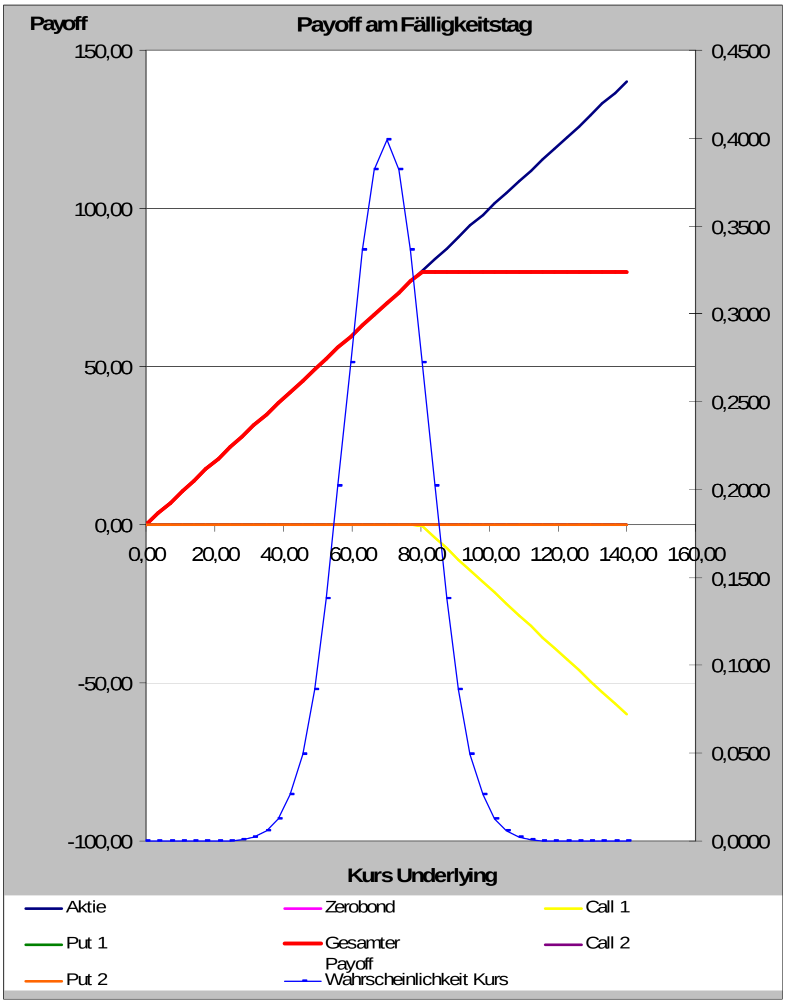
2.6.1.2 Aktienanleihe

Replikation +S-P
Ziel



2.6.1.3 Gedeckter Verkauf einer Kaufoption (Covered Call Writing)

Replikation	+S-C
Ziel	Absicherung eines verkauften Calls.
Payoff	

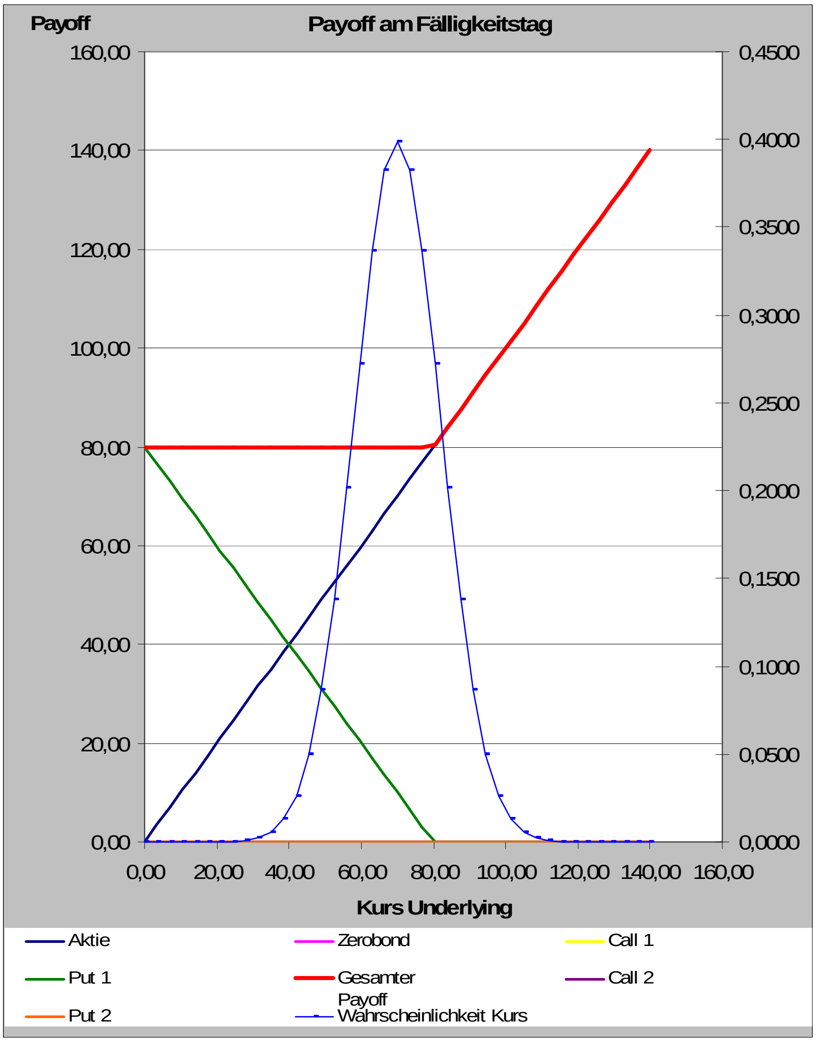


2.6.1.4 Statische Portfolioinsurance

Replikation +S+P

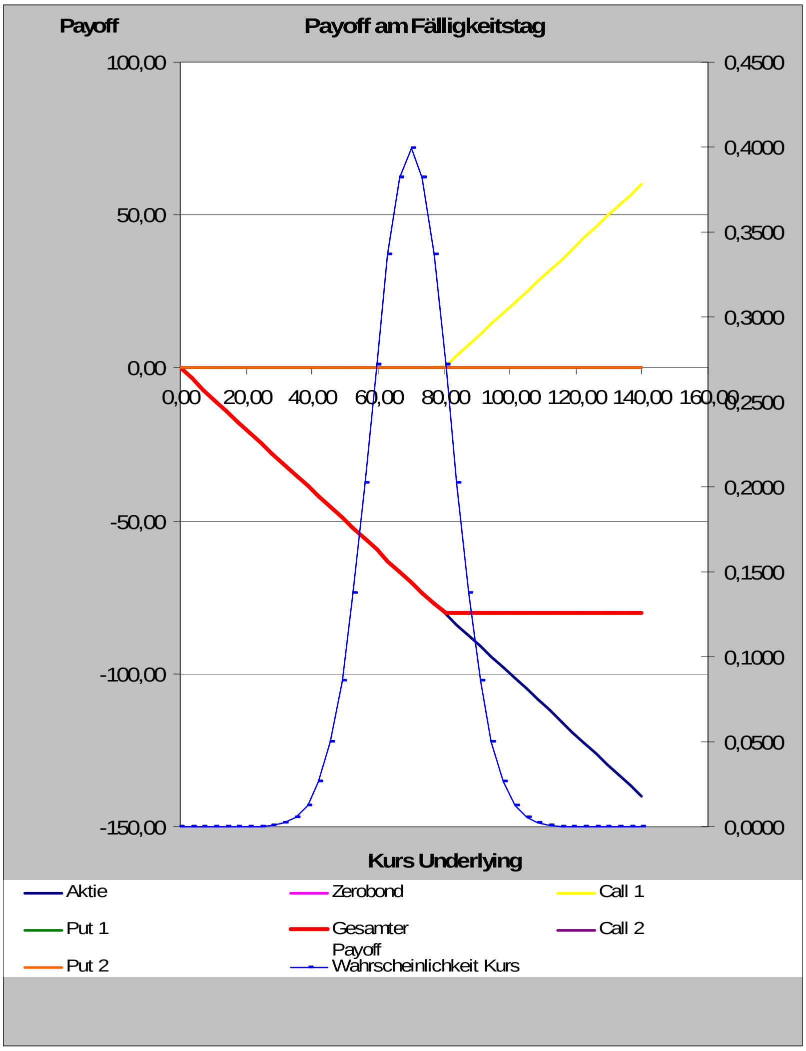
Ziel Absicherung eines Portfolios gegen Verluste bzw. Erzielung einer Mindestrendite.

Payoff



2.6.1.5 Gedeckter Leerverkauf von Aktien

Replikation -S+C
Ziel Absicherung einer leerverkauften Aktien.
Payoff



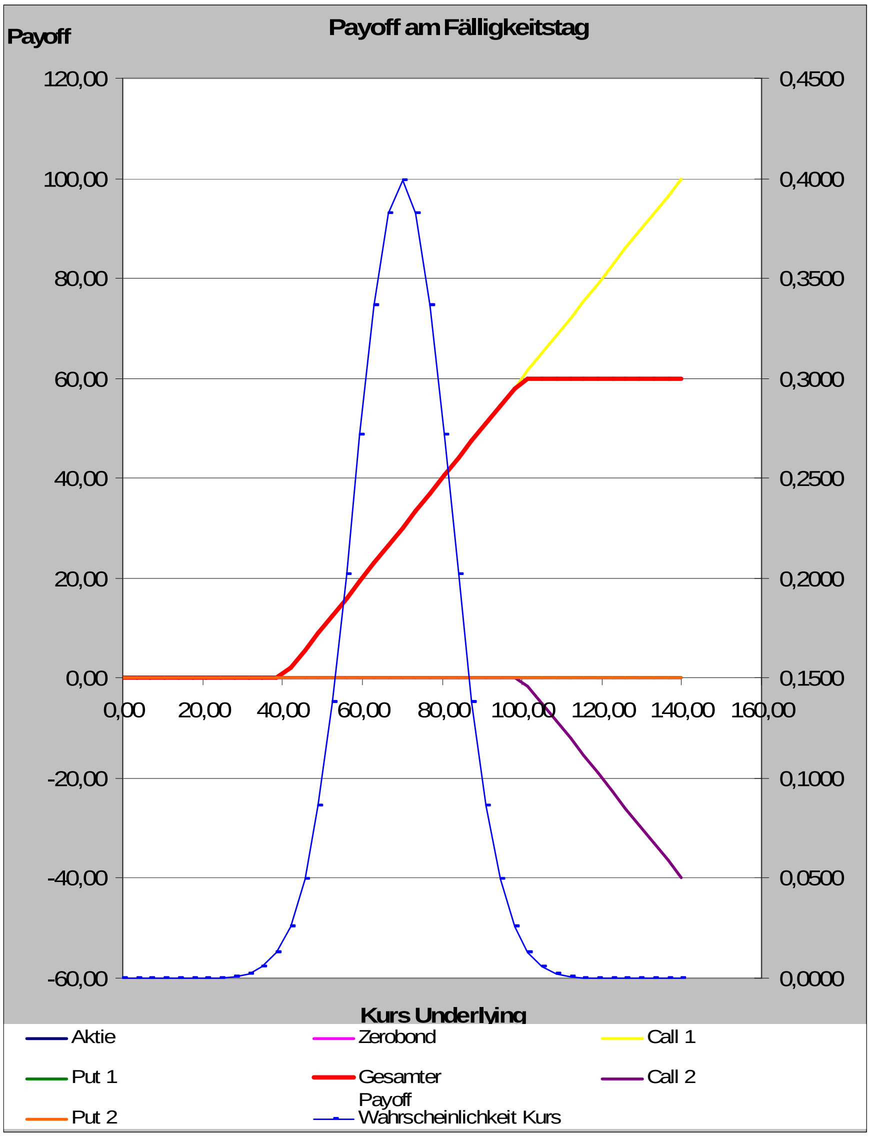
2.6.2 Spreads

2.6.2.1 Bull-Spreads mit Calls

Replikation -C+C

Ziel Teilnahme an begrenztem Kursanstieg, ohne direkt den Basiswert halten zu müssen, sowie Risikobegrenzung.

Payoff

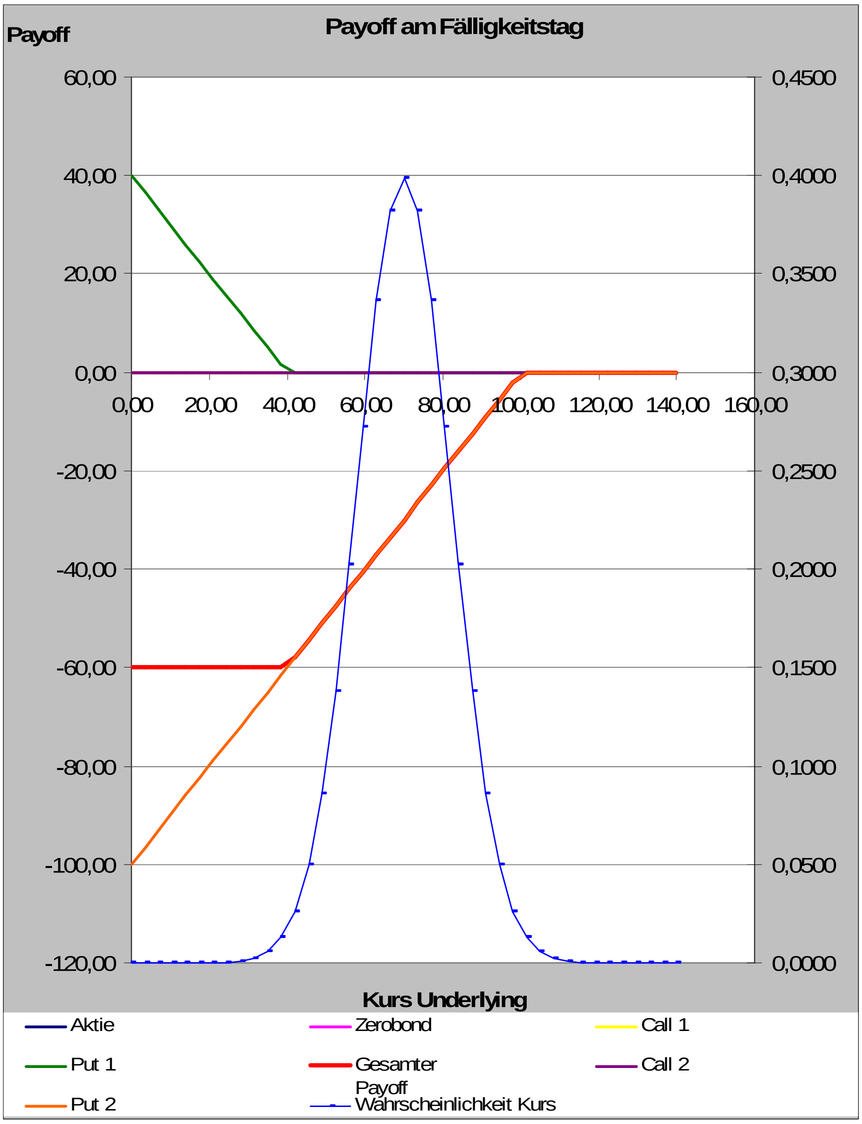


2.6.2.2 Bull-Spread mit Puts

Replikation -P+P

Ziel Teilnahme an begrenztem Kursanstieg, ohne direkt den Basiswert halten zu müssen, sowie Risikobegrenzung.

Payoff

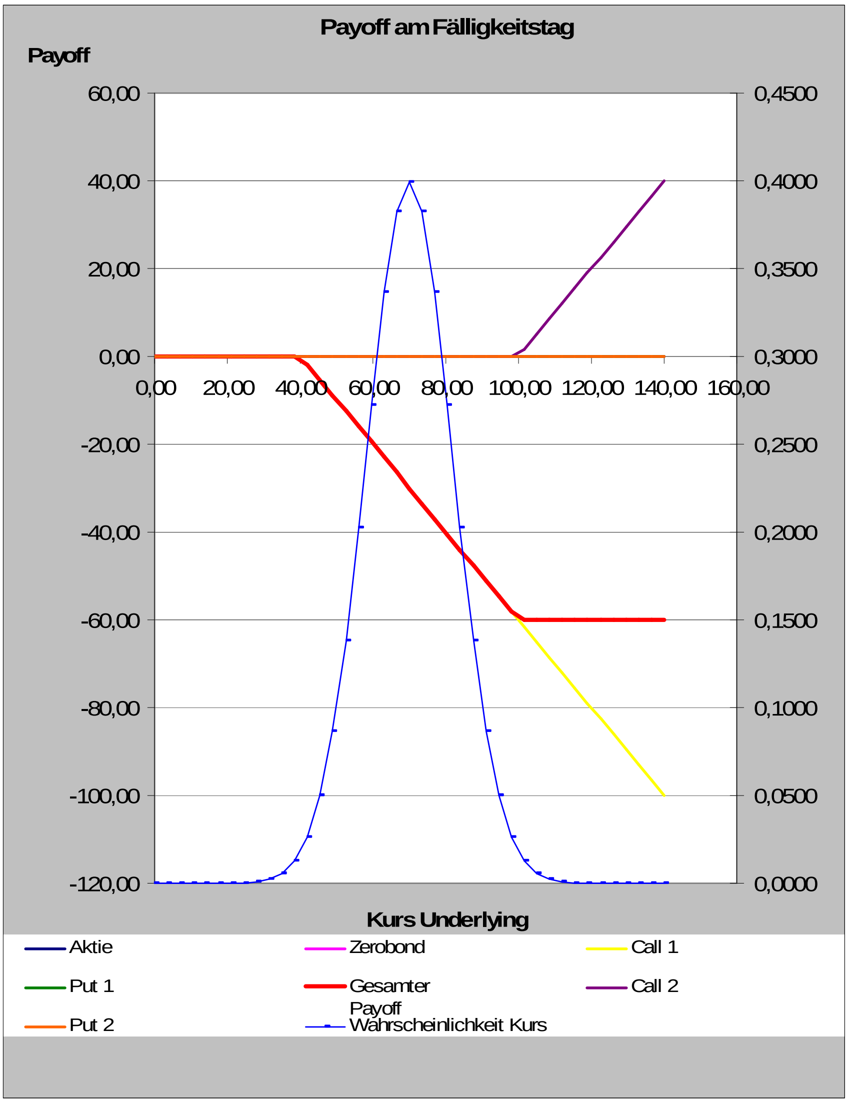


2.6.2.3 Bear-Spreads mit Calls

Replikation +C-C

Ziel Teilnahme an begrenztem Kursabfall, ohne direkt den Basiswert halten zu müssen, sowie Risikobegrenzung.

Payoff

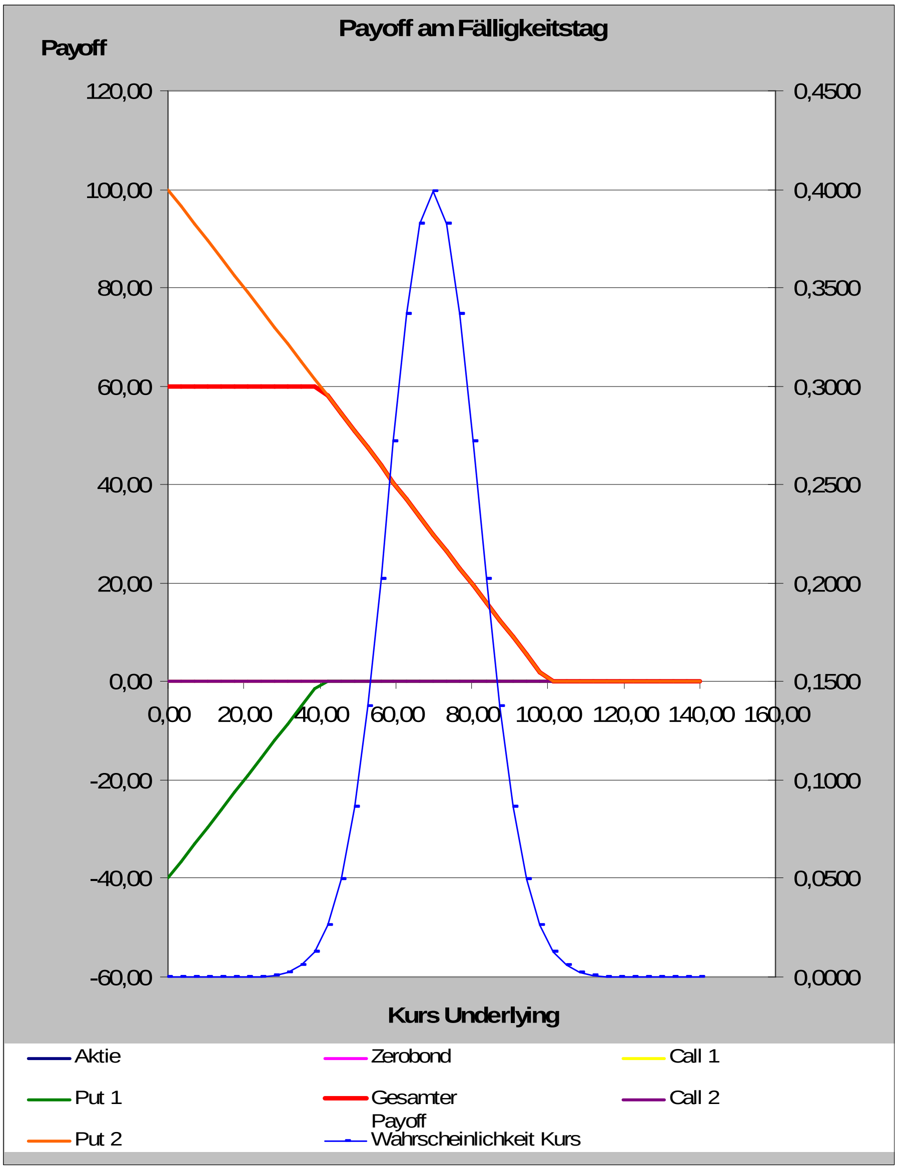


2.6.2.4 Bear-Spread mit Puts

Replikation +P-P

Ziel Teilnahme an begrenztem Kursabfall, ohne direkt den Basiswert halten zu müssen, sowie Risikobegrenzung.

Payoff



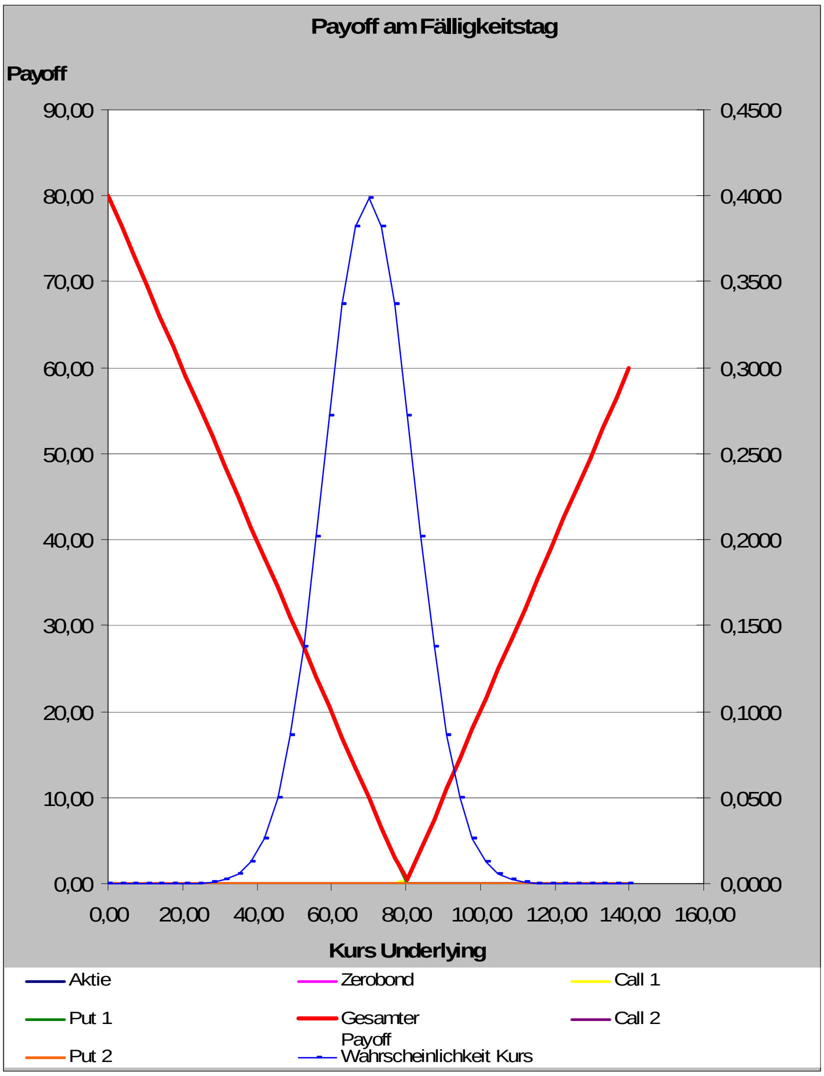
2.6.2.5 Butterfly Spread

Replikation -C+2*C-C
Ziel
Payoff

2.6.3 Volatility Speads

2.6.3.1 Straddle

Replikation +P+C (gleicher Basispreis)
Ziel Erwartung steigender Volatilität in kurzfristigen Gewinn umsetzen.
Payoff

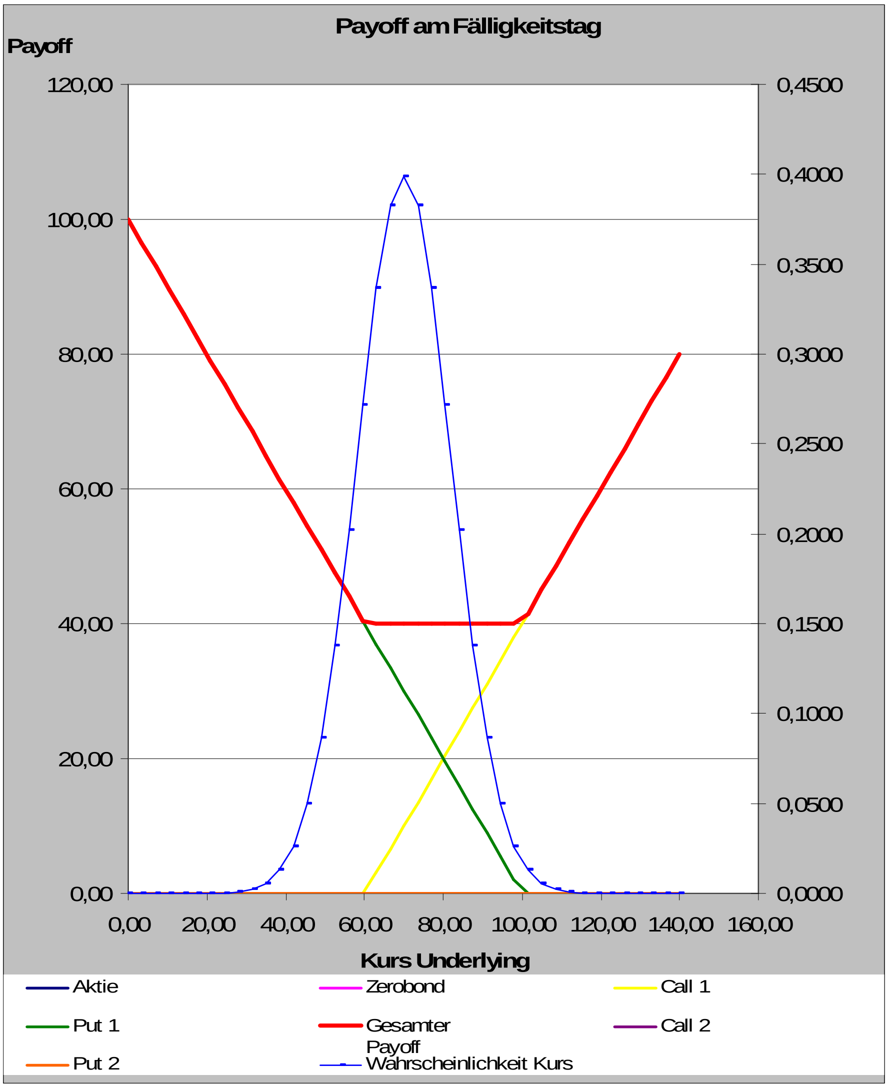


2.6.3.2 Strangles

Replikation +P+C (verschiedene Basispreise)

Ziel Erwartung steigender Volatilität in kurzfristigen Gewinn umsetzen.

Payoff



2.7 Portfolio Insurance

2.7.1 Stopp-Loss-Ansatz

Ziel Absicherung des Portfolios gegen Verluste.

Ansatz Portfolio wird heute in zwei Teil aufgeteilt: einer wird zum risikolosen Geldmarktzins so angelegt, dass der Endwert dieses Teils den abzusichernden Wert ergibt. Der andere Teil wird risikobehaftet investiert. Selbst bei einem Totalausfall kann so ein bestimmter Portfoliowert abgesichert werden.

$$V_f = \frac{\Theta}{(1+R_f)^T} = \Theta e^{-r_f T}$$

$$\Theta \leq V_0$$

$$V_r = V_0 - V_f$$

Θ	abzusichernder Endwert
T	Laufzeit der Absicherung
R_f	risikoloser einfacher Zinssatz
r_f	risikoloser stetiger Zinssatz
V_0	Portfolio in t=0
V_f	Risikoloser Teil des Portfolios in t=T

V_r Risikobehafteter Teil des Portfolios in t=T

Beispiel: Portfolio von 100000 soll bei Fälligkeit in 2 Jahren zu 100% abgesichert werden. Risikoloser Zins beträgt 3%.

$$V_f = \frac{100\% \times 100.000}{(1+3\%)^2} = 94.259,59$$

$$V_r = 100.000 - 94.259,59 = 5.740,41$$

Es müssen mindestens 94.529 risikolos angelegt werden, um nach zwei Jahren mindestens 100.000 zu haben. Höchstens 5.740 können risikobehaftet angelegt werden.

2.7.2 Statische Portfolio Insurance

Grundsatz: Statische Portfolio Insurance versucht einen gewissen Mindestwert des Portfolios zu einem exakt definierten Zeitpunkt sicherzustellen. Andererseits sollen die Chancen auf bessere Renditen nicht vollständig ausgeschlossen werden. Die Chance auf bessere Renditen hängt im Wesentlichen von der Höhe des abgesicherten Betrags ab: je höher dieser ist, desto gering fällt die erwartete Rendite aus.

Rollen: Da statische Absicherung immer auf feste Termine bezogen ist, kann eine Verlängerung der Ansicherung nur durch Rollen erreicht werden. Rollen bedeutet, im Zeitpunkt des Auslaufens der Absicherung eine neue Absicherung aufzubauen. Hierfür fallen in der Praxis Transaktionskosten an.
Beim Rollen kann die Absicherungshöhe entweder fest beibehalten werden oder ein höherer Absicherungsbetrag gewählt werden. Häufig wird der Absicherungsbetrag dabei mindestens um die Inflation erhöht.

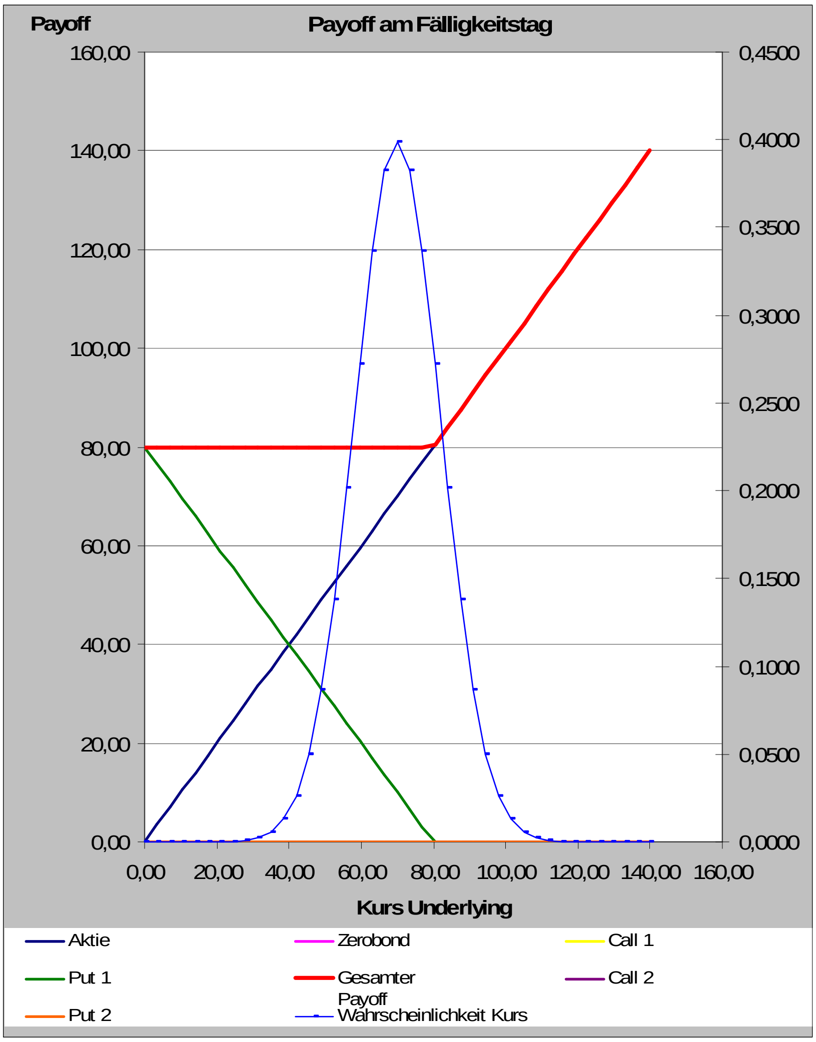
Praktische Anwendung: Absicherung von zukünftigen, fest terminierten Verbindlichkeiten im Rahmen des Asset-Liabilities-Management.
Projektbezogene Absicherung von Zahlungen in Firmen.

2.7.2.1 Protective Put

Replikation: +S+P

Ziel: Absicherung eines Portfolios gegen Verluste bzw. Erzielung einer Mindestrendite.

Payoff



Nachteile	Laufzeit der Optionen passt nicht. Optionen auf passende Underlyings nicht verfügbar oder nur als amerikanische Optionen. Standardisierung der Optionen passt nicht zum konkreten Portfolio (keine perfekte Korrelation von Underlying und Portfolio) Liquidität der Optionen ist nicht immer gewährleistet. Optionen mit langer Laufzeit haben hohe Prämien.

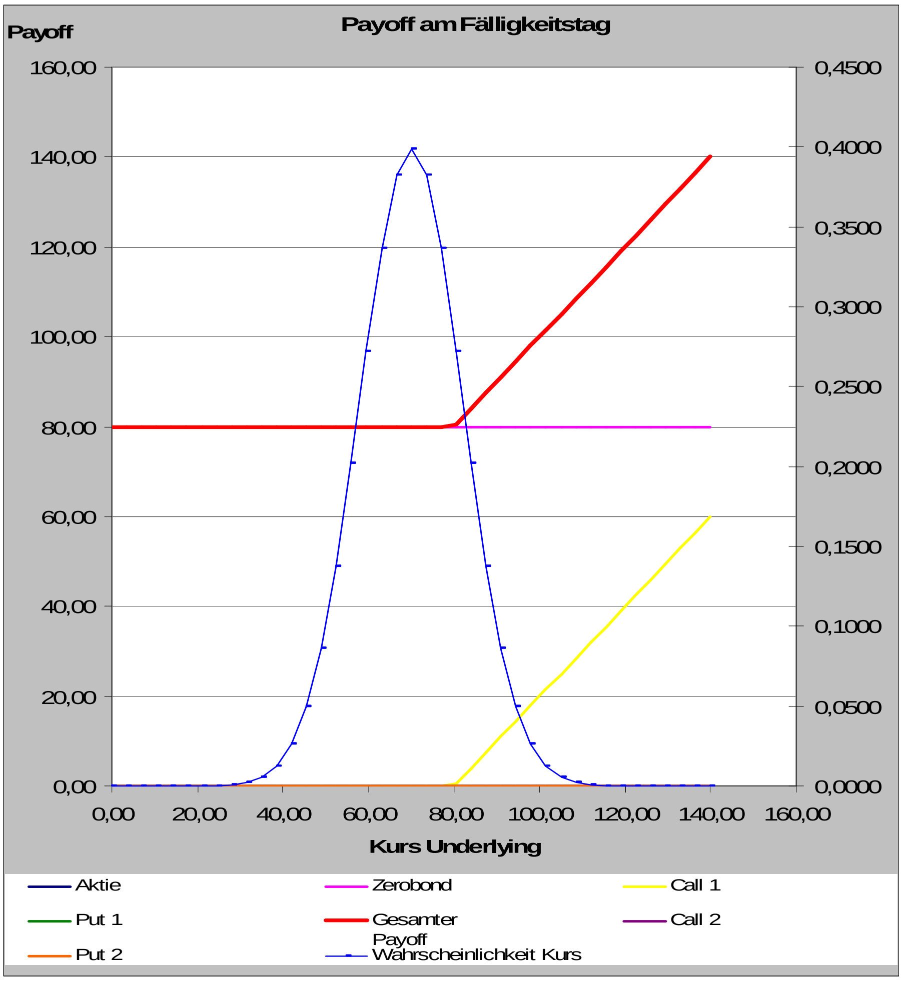
2.7.2.2 Synthetischer Protective Put mit Futures

Replikation	+F+P
Ziel	Absicherung eines Portfolios gegen Verluste bzw. Erzielung einer Mindestrendite.
Payoff	Entspricht dem des Protective Puts, da $S = F e^{-rT}$ ist.
Nachteile	Laufzeit der Optionen passt nicht. Optionen auf passende Underlyings nicht verfügbar oder nur als amerikanische Optionen. Standardisierung der Optionen passt nicht zum konkreten Portfolio (keine perfekte Korrelation von Underlying und Portfolio) Liquidität der Optionen ist nicht immer gewährleistet. Optionen mit langer Laufzeit haben hohe Prämien. Passende Futures sind nicht verfügbar.
Vorteile	Underlying muß nicht direkt erworben werden, was bei wenig liquiden Werten interessant sein kann. Futures-Markt teilweise wesentlich liquider als der Markt der Underlyings.

2.7.2.3 Synthetischer Protective Put mit Bonds

Replikation	+B+C
Ziel	Absicherung eines Portfolios gegen Verluste bzw. Erzielung einer Mindestrendite.

Payoff



Nachteile Laufzeit der Optionen passt nicht.
Optionen auf passende Underlyings nicht verfügbar oder nur als amerikanische Optionen.
Standardisierung der Optionen passt nicht zum konkreten Portfolio (keine perfekte Korrelation von Underlying und Portfolio)
Liquidität der Optionen ist nicht immer gewährleistet.
Optionen mit langer Laufzeit haben hohe Prämien.
Passende Bonds sind nicht verfügbar.

Vorteile Underlying muß nicht direkt erworben werden, was bei wenig liquiden Werten interessant sein kann.

2.7.3 Dynamische Portfolio Insurance

Idee Um die Bindung an die real existierenden Puts und das Rollen der statischen Absicherung zu vermeiden, wird eine synthetische Abbildung eines Protective Puts angestrebt, die jederzeit justiert werden kann und eine unendliche Laufzeit hat.

Zeitinterval Theoretisch wäre ohne Transaktionskosten eine kontinuierliche Anpassung am sinnvollsten. In der Praxis werden aufgrund der Transaktionskosten drei mögliche Strategien gewählt: feste Zeitintervalle, nach Portfoliostruktur oder nach Marktbewegung. Untersuchungen haben ergeben, dass eine Adjustierung am sinnvollsten erscheint, wenn sich die Portfoliostruktur um 3% verändert hat.

Crashs Portfolio Insurance Strategien können eine verstärkende Wirkung auf Markteinbrüche haben, dass die entsprechenden Basispreise greifen und die Underlyings entsprechend verkauft werden.

2.7.3.1 Dynamische Absicherung mit Bonds

Ziel Ersetzte Protective Put durch Aktie und risikolose Geldanlage.

Replikation $+S + P = +S + (K\, e^{-r(T-t)}\, N_2 - S\, e^{-y(T-t)}\, N_1)$

Interpretation Da ein Protective Put durch eine Aktie und eine risikolose Geldanlage K dargestellt werden kann, kann die Absicherung des Portfolios durch ein Umschichten zwischen Aktie S und risikoloser Anlage K dargestellt werden.

Derivate

Fraglich ist nur noch die Höhe der jeweils erforderlichen Umschichtung. Leitet man die Replikationsgleichung ab nach S ergibt sich:

$$\Delta_{Portfolio} = e^{-y(T-t)} \times [1 - N(d_1)] = e^{-y(T-t)} \times [1 - \Delta_{Put}]$$

Um diesen Betrag muß das Portfolio muß aus der Aktie in die risikolose Geldanlage umgeschichtet werden ($\Delta_{Portfolio}$<0) bzw. umgekehrt.

2.7.3.2 Dynamische Absicherung mit Futures

Ziel: Ersetzte Protective Put durch Aktie und risikolose Geldanlage.

Replikation: $+S + P = +S + (K e^{-r(T-t)} N_2 - S e^{-y(T-t)} N_1) = + S (1- e^{-y(T-t)} N_1) + K e^{-r(T-t)} N_2 =$
$F e^{-(r-y)(T-t)} (1- e^{-y(T-t)} N_1) + K e^{-r(T-t)} N_2$

Interpretation: Da ein Protective Put durch eine Aktie und eine risikolose Geldanlage K dargestellt werden kann, kann die Absicherung des Portfolios durch ein Umschichten zwischen Aktie S und risikoloser Anlage K dargestellt werden. Die Aktie kann wiederum Fraglich ist nur noch die Höhe der jeweils erforderlichen Umschichtung. Leitet man die Replikationsgleichung ab nach S ergibt sich:

$$\Delta_{Portfolio} = e^{-(r-y)(T-t)} \times e^{-y(T-t)} \times [1 - N(d_1)] = e^{-(r-y)(T-t)} \times e^{-y(T-t)} \times [1 - \Delta_{Put}]$$

Um diesen Betrag muß das Portfolio muß aus der Aktie in die risikolose Geldanlage umgeschichtet werden ($\Delta_{Portfolio}$<0) bzw. umgekehrt.

2.7.4 Constant Proportion Portfolio Insurance CPPI

Idee
- Vereinfachung der dynamischen Portfolio Insurance auf ein praxistaugliches Maß.

Zielsetzung
- Möglichst hohe Partizipationsrate an langfristiger Risikoprämie, dabei jedoch Berücksichtigung kurzfristiger Beschränkungen, z.B. Kapitalsicherung. Die grundlegende Idee dabei ist, die stetige volle Investition des Risikobudgets.
- Letztlich führt dies dazu, aus einer symmetrischen Renditeverteilung durch zumindest teilweises Wegschneiden der unerwünschten negativen Renditen eine asymmetrische Renditeverteilung zu erhalten.
- Die Dynamisierung der Strategischen Asset Allocation ist neben dem hier besprochenen CPPI-Verfahren auch über Optionen und Derivate möglich. Häufig sind Optionen und Derivate jedoch durch die Anlagerichtlinien ausgeschlossen. Hintergrund dafür dürfte in vielen Fällen fehlendes Wissen über diese Instrumente sein.

Vorgehen
- Üblicherweise jährliche Anpassung des risikoreichen Anteils des Portfolios abhängig von dessen Wertentwicklung, dem gewählten Absicherungsgrad (Floor) und dem Konfidenzniveau, diese Absicherung zu erreichen.

Kritik
- CPPI führt zu prozyklischem Verhalten.
- Je höher der Multiplikator und je höher die Volatilität des risikobehafteten Assets, desto höher sind die Versicherungskosten.

Vorgehen
- Asset Manager legt Multiplikator m fest. Sponsor legt den Mindestwert M des Portfolios fest. Dann berechnet man den Cushion:

$$c_t = V_t - M$$

- Für das Exposure gilt dann:

$$e_t = m \times c_t$$

- Nach einer Zeitperiode ermittelt man den Wert des Portfolios:
- Es ergibt sich dann der neue Cushion:

$$c_{t+1} = V_{t+1} - M$$

- Mit dem neuen Cushion ermittelt man dann das neue Exposure:

$$e_{t+1}^{Soll} = m \times \max(c_{t+1}, 0)$$

- Nun muss man das Portfolio anpassen vom Ist-Exposure auf das neue Soll-Exposure. Dann beginnt das Ganze von vorne.
- Sinkt der Cushion unter Null, so tritt der „Gambler's Ruin" ein und man ist aus dem

Spiel.

Multiplikator m
Den Multiplikator legt der Portfoliomanager fest, da dieser sein Geschäftsrisiko darstellt.

$$\frac{1}{m} = \lambda \times \sigma_S - (\mu_s - \mu_g)$$

λ	Konfidenzparameter (1,28/90%, 1,64/95%, 2,33/99%)
μ_S	Rendite der Aktienanlage
μ_g	Rendite der Geld
σ_S	Risiko der Aktienanlage

- Als gute Näherung gilt:

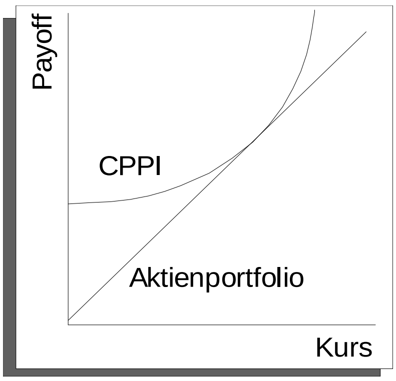
$$\frac{1}{m} \approx \lambda \times \sigma_S$$

Problematisch ist der dem Multiplikator innewohnende Interessenkonflikt zwischen Portfoliomanager und Sponsor: Ein hohes M führt zu höhere Rendite aber auch einer höheren Wahrscheinlichkeit, den Gambler's Ruin zu erleiden. Investor wird oft zu höherem m tendieren, Manager zu eher niedrigerem.

Abgesicher-tes Kursrisiko AK

$$AK = \frac{1}{m} = \lambda \times \sigma$$

Payoff-Profil
Das Payoff-Profil der CPPI ist stetig und konvex:



Vorteile
Payoff-Profil entspricht dem einer Protective-Put-Strategie, bei dem das Portfolio mit Hilfe eines Puts abgesichert wird. Vorteil ist die unendliche Laufzeit der CPPI-Strategie.

Nachteile
Bei sprunghaften Kursveränderungen kann CPPI versagen, da diese eher für stetige Kursveränderungen ausgelegt ist.

Beispiel
Portfoliowert 100.000. Mindestwert 80.000. Multiplikator 2. Cushion ergibt sich zu 20.000 = 100.000 – 80.000. Exposure ergibt sich zu 40.000 = 2 * 20.000. Risikolose Anlage damit 60.000.
Nach einer Periode beträgt Portfoliowert 98.000. Cushion beträgt damit 18.000 = 98.000 – 80.000. Neues Exposure ergibt sich zu 36.000 = 2 * 18.000. Risikolose Anlage damit 64.000.
…

TIPP
Die sog. Time invariant portfolio protection steigert bei signifikanten Portfoliozuwächsen den Mindestwert des Portfolios.